SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Dalibor Buljić

ANALITIČKI OPIS DINAMIČKOG PONAŠANJA PASIVNOG HIBRIDNOG SUSTAVA BATERIJE I SUPERKONDENZATORA

Doktorski rad

Osijek, 2024.

Doktorski rad je izrađen na:

Zavodu za elektrostrojarstvo, Fakulteta elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek, Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.

Engleski naziv rada: Analytical description of the dynamic behaviour of the passive hybrid battery and supercapacitor system

Doktorski rad je izrađen je pod vodstvom:

mentora: Prof.dr.sc. Tomislav Barić, dipl.ing.el.

sumentora: Prof.dr.sc. Hrvoje Glavaš, dipl.ing.el.

Doktorski rad ima 119 stranica

Doktorski rad broj: xx

Povjerenstvo za ocjenu teme doktorskog rada:

- **Izv. prof. dr. sc. Krešimir Fekete, predsjednik povjerenstva, FERIT Osijek**
- **Prof. dr. sc. Kruno Miličević, član povjerenstva, FERIT Osijek**
- **Prof. dr. sc. Bojan Trkulja, član povjerenstva, FER Zagreb**

Obrana teme doktorskog rada održana je 19. srpnja 2024.

Povjerenstvo za obranu doktorskog rada:

- **Izv. prof. dr. sc. Krešimir Fekete, predsjednik povjerenstva, FERIT Osijek**
- **Prof. dr. sc. Kruno Miličević, član povjerenstva, FERIT Osijek**
- **Prof. dr. sc. Bojan Trkulja, član povjerenstva, FER Zagreb**

Datum obrane doktorskog rada: xx.12.2024.

Iskrena zahvala mojoj obitelji koji su svojom neprocjenjivom podrškom, strpljenjem i ljubavlju bili moja snaga i energija tijekom cijelog procesa izrade ovoga rada.

Posebna zahvala mojoj supruzi Mariji te našoj kćerki Antoniji i sinu Zvonimiru čija su prisutnost i razumijevanje olakšali moj put.

Veliko hvala mojoj majci Slavici i ocu Žarku, na svakoj podršci kroz sve životne etape.

Neizmjerno hvala mome mentoru prof. Tomislavu Bariću i sumentoru prof. Hrvoju Glavašu, na nepokolebljivom vodstvu, strpljenju i pomoći tijekom svih procedura i izazova koje donosi akademski put.

Zahvaljujem se svim ostalim kolegama i prijateljima koji su na bilo koji način pomogli izazovu prilikom izrade ovoga rada.

SADRŽAJ

1. UVOD ……..……...…..……..... **1**

1.1. Organizacija i struktura doktorske disertacije ……..…… **5**

2. HIBRIDNI SUSTAVI BATERIJA I SUPERKONDENZATORA …….. **7**

2.1 Osnovno o baterijama i superkondenzatorima …….. **7**

2.2 Topologije hibridnih sustava baterije i superkondenzatora ……. **14**

3. ANALITIČKI OPIS DINAMIČKOG VLADANJA PASIVNOG HBSSA ……. **18**

3.1 Matematički model dinamičkog vladanja pasivnog HBSSa ……. **18**

3.2 Diskusija ……..…….. **42**

4. ENERGETSKA UČINKOVITOST PASIVNOG HBSSa …… **44**

4.1 Matematički model energetske učinkovitosti ……..…… **44**

4.2 Numerički izračuni energetske učinkovitosti ……..…… **53**

4.3 Diskusija i analiza rezultata ……. **54**

5. UJEDNAČIVAČI NAPONA NA SUPERKONDEZATORIMA …… **56**

5.1 Tehnike ujednačivanja (balansiranja) napona na superkondenzatorima …….. **58**

5.2 Ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora ……..…… **61**

5.3 Matematički opis ujednačavanja napona …….. **64**

6. PROCES UJEDNAČAVANJA NAPONA PREDSTAVLJEN KAO MARKOVLJEV LANAC …… **76**

6.1 Modeliranje procesa ujednačavanja napona kao Markoljev lanac ……... **77**

6.2 Numerički izračun ……..... **80**

6.3 Analiza rezultata ……..... **85**

7. LABORATORIJSKA MJERENJA …….. **88**

7.1 Namjenski izrađen strujni uvor …… **80**

7.2 Mjerenje valnog oblika napona na priključcima (terminalima) HBSS-a …….. **94**

7.3 Mjerenje valnih oblika struja baterije i superkondenzatora unutar HBSS-a … **99**

7.4 Diskusija i analiza rezultata ……..….. **100**

8. ZAKLJUČAK …… **101**

SAŽETAK ……..……...……. **104**

ABSTRACT ……..……..……. **105**

ŽIVOTOPIS……..……... **106**

LITERATURA……..…….. **107**

POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I SIMBOLA …….. **118**

1. UVOD

Posljednjih nekoliko desetljeća obilježeno je vrlo izraženim trendovima napretka u elektrotehnici koji su združeno pridonijeli te još uvijek pridonose napretku na području sustava za pohranu energije (engl. *Energy storage systems*), odnosno napajanja korištenjem baterija, superkondenzatora i hibridnih sustava baterija i superkondenzatora. Uz trendove kontinuiranog tehničkog napretka u pohrani energije, pojavili su se i drugi trendovi, socijalni, tehno-ekonomski, te geopolitički koji usmjeravaju ka sve većoj upotrebi napajanja korištenjem baterija, superkondenzatora i hibridnih sustava baterija i superkondenzatora. Za ilustraciju navedenog, prikladno je dati kratki osvrt na pojedine trendove, a nakon toga kratki opis napretka na području hibridnih sustava baterija i superkondenzatora te važnosti teorijskih spoznaja na području hibridnih sustava baterija i superkondenzatora, kao i motivaciju pisanja ove rada.

Iako se znatnija upotreba baterija u sustavima za pohranu energije može pratiti od pojave punjivih baterija kao što su: olovno-kiselinske baterije, nikal-kadmijeve baterije (NiCd), nikal-metal-hidrid baterije (NiMH), drastični napredak i diseminacija upotrebe napajanja korištenjem baterija nastupa otkrićem i komercijalizacijom litij-ionske baterije (engl. *Li-ion battery*) [1]. Prvi prototip moderne litij-ionske baterije razvio je 1985 godine Akira Yoshino, koju je 1991 godine komercijalizirala kompanija Sony. Litij-ionska baterija ubrzo je našla svoje primjene u prijenosnim uređajima gotovo svih vrsta kao što su: ručni alati, mobiteli, radio uređaji, ručne radio stanice, prijenosni repetitori, pametni telefoni, prijenosna računala, ručne i naglavne svjetiljke, signalizacijska oprema, medicinska oprema, satovi, digitalni foto aparati i kamere, ručne termo kamere, prijenosni mjerni uređaji, neprekidna napajanja (UPS-ovi), dronovi, navigacijski uređaji te mnogi drugi uređaji. Izniman doprinos litij-ionskih baterija razvoju modernog društva, ekonomije i tehničkog napretka je prepoznat, te je Nobelova nagrada iz kemije za 2019 dodijeljena je istraživačima: John B. Goodenough, M. Stanley Whittingham i Akira Yoshino za doprinos u razvoju litij-ionske baterije [2].

Diseminaciji upotrebe baterija pridonio je napredak na polju poluvodiča. S jedne strane pojavili su integrirani krugovi koji omogućavaju jednostavnu implementaciju nadzora punjenja baterija, nad strujne zaštite baterije, zaštite od kratkog spoja baterija, termičke zaštite baterija, nadzora napona i stanja napunjenosti, sustave upravljanja baterijama (engl. *Battery management systems*) [3].

S druge strane, uz kontinuirani napredak poluvodiča zasnovanih na siliciju (Si) namijenjenih za sklopove energetske elektronike (diode, tiristori, tranzistori) i prethodno navedenih integriranih krugova, ostvaren je znatan napredak poluvodiča kod koji imaju širok zabranjeni energetski pojas (engl. *wide-bandgap*) [4]. Među navedenim posebno se ističu silicij-karbid (SiC) i galij-nitrid (GaN) [5, 6]. MOSFETi snage izgrađeni od ovih poluvodiča imaju višu dozvoljenu radnu temperaturu, manje neželjene kapacitete, manji otpor kada su potpuno vodljivi ($R_{DS\,(ON)}$), te viši dozvoljeni radni napon u odnosu na MOSFETe izgrađene od silicija. Manji neželjeni kapaciteti omogućavaju rad sklopova energetske elektronike na višim frekvencijama sklopni radnji [5, 6]. Više dozvoljene radne temperature smanjuju zahtjeve za hlađenjem, te su rashladni sustavi jednostavniji i manjih dimenzija. Manji otpor kanala kada je tranzistor potpuno vodljiv ($R_{DS\,(ON)}$) smanjuje gubitke te se povećava energetska učinkovitost sklopova energetske elektronike u kojima su ugrađeni [5, 6].

Superkondenzatori [7, 8], kao i Litij-ionske baterije [2] spadaju među modernije spremnike energije (engl. *Energy storage devices*). Prvi komercijalno dostupni superkondenzatori pojavili su se 1978. godine kada ih je tvrtka Panasonic pustila na tržište pod nazivom "Goldcaps". Superkondenzatori su specifični po tome da su izgrađeni od materijala koji su široko dostupni, i što je posebno važno ekološki prihvatljivi [9, 10]. Energiju se u njima pohranjuje razdvajanjem naboja na granici krute i tekuće tvari [7, 8]. Za razliku od baterija virtualno nemaju ograničenje u broju ciklusa punjenja i pražnjenja tijekom njihova životnog vijeka. Usporedbom gravimetrijske gustoće energije i snage, imaju približno deset puta manju gravimetrijsku gustoću energije, te približno deset puta veću gravimetrijsku gustoću snage u odnosu na baterije [10]. Superkondenzatori imaju znatno manji unutarnji električni otpor (ekvivalentni serijski otpor) u odnosu na baterije. Zbog toga kada predaju znatnu snagu, ili primaju znatnu snagu, nastali gubici u njima su znatno manji nego u baterijama. Navedeno ih čini boljim izvorima/uvorima snage u odnosu na baterije, ali lošijim spremnicima energije u odnosu na baterije. Stoga su pogodni za primjene kod kojih je u kratkom vremenu potrebno isporučiti znatnu snagu, ali da trajanje isporuke snage ne traje dugo jer su lošiji spremnici energije u odnosu na baterije. Ove dijametralno suprotne osobine mogu se iskoristi združivanjem superkondenzatora i baterija u jedan sistem, uobičajeno zvan hibridni sistem baterije i superkondenzatora (engl. *Hybrid Battery Supercapacitor System* (HBSS), također, koristi se i naziv (engl. *hibrid energy storage system (HESS)*) [11-13]). Ujedno, iako to nije odmah očigledno, združivanjem baterije i superkondenzatora u jedan sistem donosi i druge pogodnosti.

Među istaknutim pogodnostima su manji pad napona na priključku hibridnog sustava pri pojavi naglih strujnih opterećenja u odnosu na napajanje samo sa baterijom. Baterija u hibridnom sustavu je manje opterećena dinamičkom komponentom struje tereta [14]. Baterija u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora se manje zagrijava te ima dulji životni vijek [14]. Također, pri dinamičkom opterećenju, hibridni sustav baterije i superkondenzatora je energetski učinkovitiji u odnosu na napajanje ostvareno samo sa baterijom [15]. Brojne prednosti koje imaju hibridni sustavi baterija i superkondenzatora pri napajanju dinamičkih tereta, potreba za što racionalnijem korištenju energije, tranzicija ka zelenoj energiji, potaknula su brojna istraživanja na polju hibridnih sustava baterija i superkondenzatora. Jedno takvo istraživanje provedeno je u okviru ovog doktorskog rada.

U ovom doktorskom radu fokus je stavljen na matematičkom modeliranju, odnosno analitičkom opis dinamičkog ponašanja pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora [14]. U radu su izvedeni analitički izrazi kojima su opisane naponske prilike na priključku hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Također, izvedeni su izrazi kojima su opisane struje baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju baterije i superkondenzatora. Definiran je pomoćni parametar pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji uspostavlja funkcijski odnos između unutarnjih otpora sustava i strujno-naponskih prilika i gubitaka u svrhu jednostavnije analize tijekom dinamičkog opterećenja sustava [14, 15].

Analizirana je energetska učinkovitost pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri različitim parametrima pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora i dinamičkog opterećenja u odnosu na napajanje samo sa baterijom. U tu svrhu uveden je novi skup jednadžbi za analizu energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora [15]. Predloženi pristup omogućava bolje fizikalno razumijevanje utjecaja parametara baterije i superkondenzatora na poboljšanje energetsku učinkovitost u odnosu na napajanje samo sa baterijom. Također, novo uvedeni skup jednadžbi je pogodan za brzo određivanje ponašanja i energetske učinkovitosti hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkim opterećenjem. Navedeno pridonosi napretku na polju dimenzioniranja komponenti hibridnog sustava baterije i superkondenzatora i optimizaciji. Provedena analiza energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora rezultirala je pronalaskom optimalnog intervala parametara baterije i superkondenzatora pogodnih za dizajniranje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora iz tehno-ekonomskog aspekta [15].

Nazivni napon superkondenzatora ovisi o kemijskom sastavu elektrolita [1-6], te se tipično nalazi u rasponu od 2,5 V do 3,0 V [7, 8, 10]. Takav radni napon odgovarajući je u aplikacijama koje zahtijevaju malu električnu snagu. U aplikacijama koje zahtijevaju veliku električnu snagu koristi se radni napon je nekoliko redova veličine veći od nazivnog napona superkondenzatora. Zbog navedenog, u takvim aplikacijama potrebno je serijski spajati superkondenzatore kako bi se postigao odgovarajući radni napon. Zbog rasipanja parametara superkondenzatora, napon duž serijskog spoja superkondenzatora neće biti jednolik po ćelijama [16]. Zbog navedenog, kada se koristi serijski spoj superkondenzatora obavezna je upotreba različitih tehnika za izjednačavanje napona duž serijskog spoj superkondenzatora.

U radu je posebna pažnja posvećena tehnici ujednačavanja napona na superkondenzatorima zasnovana na preklapanju superkondenzatora. U ovom radu, postupak ujednačavanja napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora predstavljen je po ***prvi puta kao Markovljev lanac u svrhu analize utjecaja parametara Kirchhoffovog modela sustava i frekvencije preklapanja na ujednačenost napona duž serijskog spoja superkondenzatora***. Prikazan pristup zasnovan na primjeni Markovljevih lanaca pokazao se pogodnim za analizu rada ujednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora i za određivanje njegovih važnih parametara.

1.1. Organizacija i struktura doktorske disertacije

Doktorski rad podijeljen je u 8 poglavlja.

1. poglavlje daje osvrt na trendove u elektrotehnici vezanih uz temu rada. Također, dan je uvod u temu rada i motivaciju koja stoji iza provedenog istraživanja u doktorskom radu.

2. poglavlje daje kratki osvrt na hibridne sustave baterija i superkondenzatora. Opisane su prednosti koje imaju napajanja pomoću hibridnih sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju u odnosu na napajanja samo sa baterijama. Također, u kratkim crtama opisane su topologije hibridnih sustava baterije i superkondenzatora.

3. poglavlje obrađuje vladanje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Prikazan je postupak izvođenja analitičkih izraza za napon na priključcima hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Također, prikazan je postupak izvođenja izraza za struje baterije i superkondenzatora unutar pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Dobiveni analitički izrazi za napone i struje su grafički predstavljeni i komentirani.

4. poglavlje obrađuje energetsku učinkovitost pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju sustava. Prikazan je postupak izvođenja analitičkih izraza kojima su određeni gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Korištenjem dobivenih analitičkih izraza provedena je usporedba gubitaka u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora i napajanja ostvarenog samo sa baterijom pri različitim parametrima dinamičkog opterećenja. Rezultati analize su grafički predstavljeni i detaljno komentirani. Provedena analiza pokazala je da postoji optimalni interval parametara baterije i superkondenzatora pogodnih za dizajniranje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora iz tehno-ekonomskog aspekta.

5. poglavlje obrađuje problematiku vezanu uz neujednačenost napona duž serijskih spojeva superkondenzatora. Izneseni su razlozi zbog kojih se koriste serijski spojevi superkondenzatora te razlozi radi nastaje neujednačenost napona na superkondenzatorima duž serijskog spoja superkondenzatora. U kratkim crtama predstavljene su tehnike ujednačavanja (balansiranja) napona na superkondenzatorima. Detaljniji osvrt dan je na tehniku ujednačavanja napona na superkondenzatorima zasnovanu na preklapanju superkondenzatora.

6. poglavlje obrađuje je postupak izvođenja analitičkih izraza kojima je opisana prijelazna pojava ujednačavanja napona između superkondenzatora. Također, opisan je postupak korištenja izvedenih analitičkih izraza u postupku predstavljanja procesa ujednačavanja napona na superkondenzatorima kao Markovljev lanac. Postupak ujednačavanja napona preklapanjem superkondenzatora predstavljen kao Markovljev lanac korišten je u svrhu analize utjecaja parametara Kirchhoffovog modela sustava i frekvencije preklapanja na ujednačenost napona duž serijskog spoja superkondenzatora.

7. poglavlje obrađuje laboratorijska mjerenja. U okviru laboratorijskih mjerenja provedena su mjerenja napona na priključcima pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Također provedena su mjerenja struja baterije i superkondenzatora unutar hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju. Dobiveni mjerni rezultati su uspoređeni s teorijski predviđenim veličinama prema izvedenim izrazima iz trećeg poglavlja. Uočena razlika između teorijski predviđenih iznosa fizikalnih veličina i veličina dobivenih mjerenjem je analizirana i komentirana.

8. poglavlje donosi zaključak doktorskog rada u kojemu su opisane spoznaje do kojih se došlo nakon provedenog istraživanja.

2. HIBRIDNI SUSTAVI BATERIJA I SUPERKONDENZATORA

Napredak na području električnih pogona vozila velikim dijelom može se pripisati napretku baterija. U aplikacijama kod kojih je opterećenje izrazito dinamičko, karakteristike baterije je potrebno optimizirati tako da imaju sposobnost isporučivanja i prihvata električne snage (rekuperacija) koje diktira dinamičko opterećenje. Rezultat optimiranja baterije je smanjena gravimetrijska gustoća energije baterije, što se negativno odražava na autonomiju vozila, odnosno kraće vrijeme rada u slučaju drugih primjena kao što su neprekidna napajanja te razni alatni strojevi. Takav nepovoljni ishod nužnih kompromisa u procesu optimiranja parametara baterije se može izbjeći upotrebom hibridnih sustava baterije i superkondenzatora umjesto napajanja samo sa baterijama. U aplikacijama kod kojih je opterećenje izrazito dinamičko, hibridni sustavi baterije i superkondenzatora imaju brojne prednosti u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijama. U ovom radu su detaljno opisane pogodnosti koje proistječu upotrebom hibridnih sustava baterije i superkondenzatora u odnosu na napajanja realizirana samo sa baterijama. Naglasak rada stavljen je na opis pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora, koji unatoč svojoj jednostavnosti, pruža brojne prednosti u odnosu na samostalne baterije. Također, prezentirane su i druge topologije hibridnih sustava baterija i superkondenzatora kojima su nadvladana inherentna ograničenja pasivnog hibridnog sustava.

2.1 Osnovno o baterijama i superkondenzatorima

Za bolje razumijevanje prednosti koje donose hibridni sustavi baterija i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju u odnosu na samostalne baterije pogodno je prvo dati kratki osvrt na pojedinačne, specifične karakteristike baterija i superkondenzatora. Zatim, nakon upoznavanja sa specifičnim karakteristikama oba spremnika energije biti će dane karakteristike koje ima hibridni sustav i aplikacije u kojima su te karakteristike poželjne. Baterije (engl. *Batteries*) i superkondenzatori (engl. *Supercapacitors* (SCs)) poznati još i pod nazivom ultrakondenzatori (engl. *Ultracapacitors* (UCs)) su komponente za pohranu energije (engl. *energy storage devices*) koji pohranjuju energiju kroz potpuno različite procese. Baterije pohranjuju energiju kroz kemijske procese [1, 17, 18], dok superkondenzatori pohranjuju energiju kroz process razdvajanja naboja na sučelju između krute i tekuće tvari (engl. *solid-liquid interface*) [8-10, 19-24]. Superkondenzatori su relativno nova tehnologija za pohranu energije [8-10, 19-24].

Za izradu superkondenzatora koriste se materijali koji su široko dostupni (karbon za elektrode), a koji je ujedno ekološki prihvatljiv jer je biološki razgradiv [19-24]. Superkondenzatori su specifični i po tome što kao komponente imaju ekstremno dug životni vijek, ukoliko im je radni napon manji od nazivnog, virtualno nemaju ograničenja u broju ciklusa punjena i pražnjenja. Također, imaju ekstremno mali unutarnji ekvivalentni serijski otpor, reda veličine desetaka milioma. Radi navedenog superkondenzatori su dobri izvori/uvori snage, tj. mogu se brzo puniti i prazniti, znatno brže nego li baterije. Kratki popis istaknutih (glavnih) prednosti i nedostataka koje imaju superkondenzatori dan je u tablici 2.1. [25].

Tablica 2.1. Istaknute (glavne) prednosti i nedostatci superkondenzatora

Prednosti	**Nedostatci**
▪ Velika specifična gustoća snage	▪ Mala specifična gustoća energije
▪ Brzo punjenje i pražnjenje	▪ U serijskim spojevima potrebni krugovi za ujednačavanje (balansiranje) napona
▪ Nema rizika eksplozije pri kratkom spoju	▪ Napon na priključcima i SOC (engl. *State of Charge*) su direktno proporcionalni
▪ Automatski prestaje tok energije kada se napuni	▪ Izazovi u dostavi i cijeni (većina proizvođača je u Aziji)
▪ Ekstremno mali unutarnji otpor (ESR ≈0.01 Ω)	▪ Vrlo kratko trajanje isporuke snage
▪ Dug rok trajanja i dug životni vijek	▪ Najviša dielektrična apsorpcija u odnosu na sve kondenzatore
▪ Bez emisije plinova i ekološki prihvatljiv	

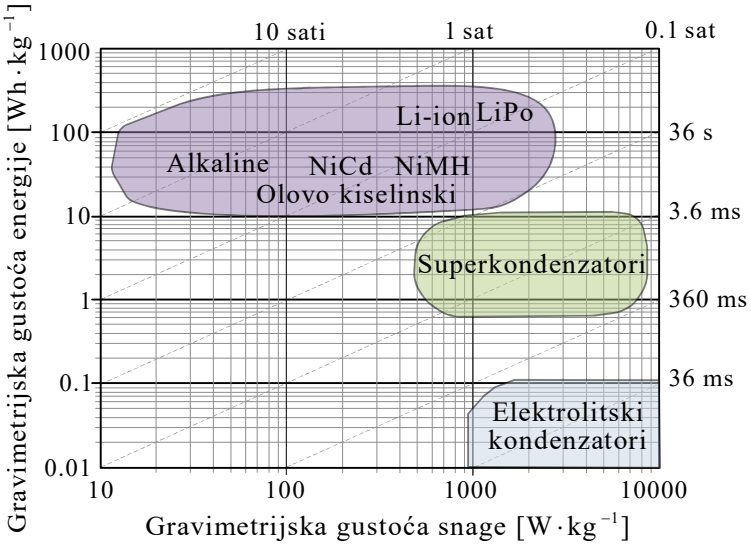
Zornija predodžba prednosti i nedostataka superkondenzatora u odnosu na baterije može se dobiti usporedbom najčešće korištenih tehničkih parametara. Detaljnija usporedba baterija i superkondenzatora na osnovi najčešće korištenih tehničkih parametara dana je u tablici 2.2 [25]. U tablici 2.2 [25] dani su tehnički parametri za tri vrste baterija i superkodnezatora. Zelenom bojom označeni tehnički parametri koji su kod superkondenzatora bolje ili jednaki u odnosu na baterije, a crvenom bojom označeni su tehnički parametri koji su kod superkodnezatora lošiji u odnosu na baterije. Kao što se može opaziti, jedini tehnički parametar koji je kod superkondenzatora lošiji u odnosu na baterije je specifična gustoća energije.

Tablica 2.2. Usporedba superkondenzatora sa različitim vrstama baterija

Parametar	**Baterija olovnih kiselina**/ Lead-Acid Battery	**Litij-ionska baterija**/ Lithium-Ion Battery	**Protočna redoks baterija**/ Redox-Flow Battery	**Superkondenzator**/ Supercapacitor
Specifična gustoća energije (Wh/kg)/ Specific energy density (Wh/kg)	10–100	150–200	10–50	**1–10**
Specifična gustoća snage (W/kg)/ Specific power density (W/kg)	< 1000	< 2000	< 200	**< 10 000**
Životni ciklus/ Cycle life	1000	5000	10 000	**> 50 000**
Učinkovitost punjenja i pražnjenja/ Charge and discharge efficiency	70–85 %	99 %	70–85 %	**85–98 %**
Trajanje brzog punjenja/ Fast charge duration	1-5 h	0.5 – 3 h	1-10 h	**0.3-30 s**
Trajanje brzog pražnjenja/ Fast discharge duration	0.3-3 h	0.3-3 h	1-10 h	**0.3-30 s**
Rok trajanja (godine)/ Shelf life (years)	5-15	10-20	5-15	**20**
Cijena/ Cost	Niska	Visoka	Srednja	**Srednja**
Sigurnost i prihvatljivost prirodi/ Safety and nature-friendly way	Niska	Niska	Srednja	**Srednja**
Radna temperatura (ºC)/ Operation temperature (ºC)	-5 do 40	-30 do 60	0 do 40	**-40 do 75**

Iz energetske perspektive, posebno naglašene karakteristike po kojima se razlikuju baterije i superkondenzatori kao komponente za pohranu energije su gravimetrijska gustoća snage i gravimetrijska gustoća energije [26-28]. U usporedbi s baterijama, superkondenzatori imaju znatno veću gravimetrijsku gustoću snage (približno red veličine, tj. oko 10 puta), ali i znatno manju gravimetrijsku gustoću energije (približno red veličine, tj. oko 10 puta). Radi navedenog baterije su bolje kao uređaji za pohranu energije, a superkondenzatori kao komponente gdje je potrebna kratkotrajna vršna snaga (Slika 2.1. Kompilacija iz [26-28]). Na slici 2.1 prikazan je Ragoneov dijagram odabranih tehnologija za pohranu energije koje nemaju pokretne dijelove (engl. *Solid state technology*).

Oba poželjna, ali dijagonalno suprotna svojstva s obzirom na gravimetrijsku gustoću pohranjene energije i gustoću pohranjene snage mogu se eksploatirati združivanjem, odnosno hibridiziranjem baterija i superkondenzatora u jedan sustav. Takav sustav uobičajeno se naziva hibridni sustav baterije i superkondenzatora za pohranu energije (engl. *hybrid battery-supercapacitor energy storage system* (Battery-SC HESS) [29-34]. U upotrebi je i naziv hibridni sustav baterije i superkondenzatora, engl *hybrid battery-supercapacitor energy storage system*, (HBSS).

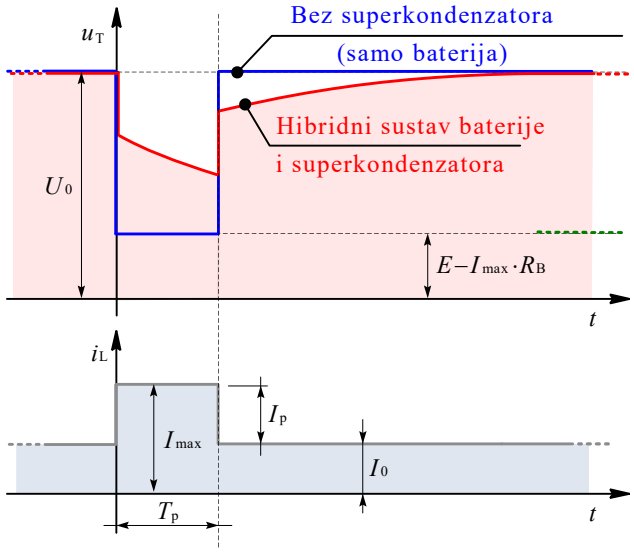


Slika 2.1. Ragoneov dijagram proizvoljno odabranih spremnika energije

S obzirom na gravimetrijsku gustoću snage i gravimetrijsku gustoću energije, hibridni sustav baterije i superkondenzatora bi se po pozicionirao između baterije i superkondenzatora u Ragoneovom dijagramu. Iako to nije odmah očigledno, kao rezultat hibridizacije, hibridni sustavi baterija i superkondenzatora imaju i mnoga druga poželjna u odnosu na sisteme napajanja električnom energijom realiziranih samo sa baterijama. Navedena poželjna svojstva, odnosno prednosti koje imaju hibridni sustavi baterija i superkondenzatora spram napajanja realizirana samo sa baterijama razlog su sve veće upotrebe hibridnih sustava baterija i superkondenzatora u primjenama gdje se očekuju dinamička opterećenja. Slijedi sažeti opis istaknutih prednosti koje imaju hibridni sustavi baterija i superkondenzatora spram napajanja realizirana samo sa baterijama.

Manje izraženi padovi napona na priključcima hibridnog sustava

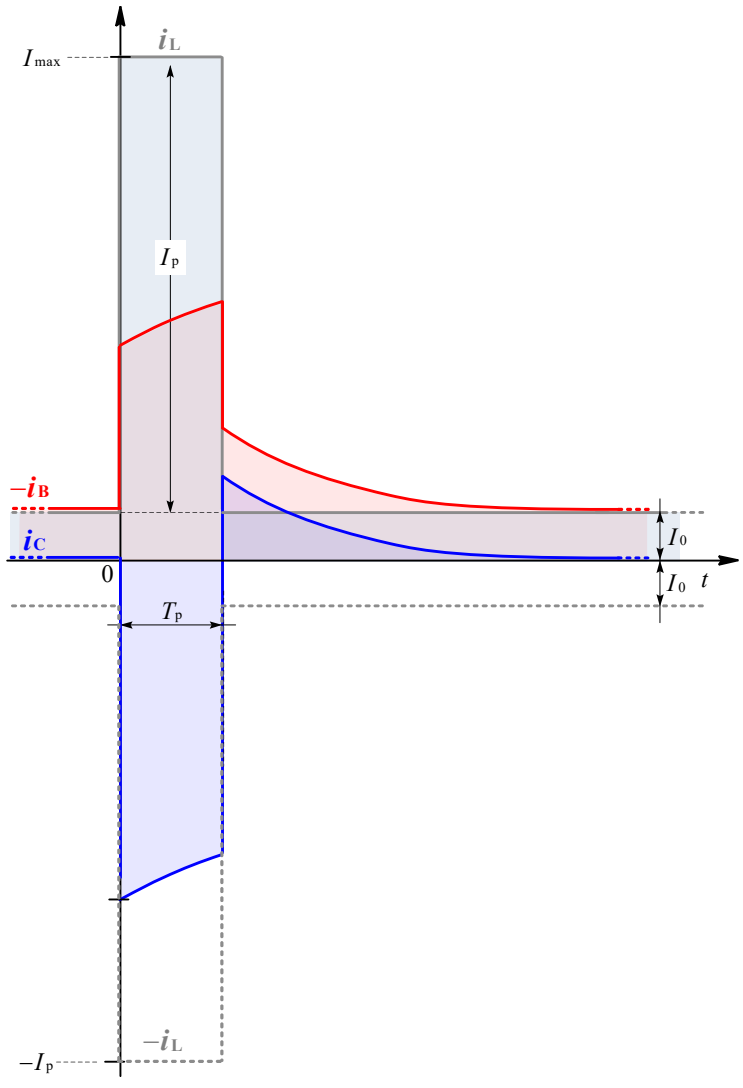
Pri napajanju dinamičkih tereta, pri naglom povećanju struje tereta, na priključcima hibridnog sustava baterije i superkondenzatora su znatno manji padovi napona u odnosu na slučaj kada bi pri istom opterećenju napajanje bilo realizirano samo sa baterijom [14, 15, 26, 28, 35]. Za ilustraciju navedenog mogu poslužiti grafički prikazi dan ina slici 2.2. [14]. Na slici 2.2 [14] prikazani su valni oblici struje tereta i napona na terminalima baterije sa i bez superkondenzatora. Sa u_T označen je napon na terminalima (priključcima) baterije i superkondenzatora. Plavom bojom označen je napon na terminalima baterije, a crvenom bojom napon terminalima hibridnog sustava baterije i superkondenzatora. Sa U_0 označen je napon u ustaljenom stanju pri konstantnoj struji tereta I_0. Struja tereta opisana je kao valni oblik u kojemu su superponirana konstantna struja opterećenja I_0 i dinamička komponenta pravokutnog valnog oblika vršnog iznosa I_p. Pri pojavi strujnog pulsa, napona na terminalima baterije (valni oblik u_T prikazan plavom bojom) naglo opada radi pada napona na unutarnjem otporu baterije. Kod hibridnog sustava baterije i superkondenzatora iznos pada napona je znatno manji (valni oblik u_T prikazan crvenom bojom), ali se proteže dulje tj. i nakon što strujni puls nestane. Razlog tome je što nakon nestanka strujnog pulsa započinje proces punjenja superkondenzatora.



Slika 2.2. Valni oblik struje tereta i napon na terminalima baterije sa i bez superkondenzatora

Smanjena struja baterije unutar hibridnog sustava baterije i superkondenzatora

Tijekom trajanja dinamičkog opterećenja, dinamička komponenta struje tereta je unutar HBSSa distribuirana između baterije i superkondenzatora. Inicijalno, pri pojavi strujnog pulsa veći dio strujnog pulsa na sebe preuzima superkondenzator, a manji dio baterija [14, 26, 36-40]. Odnosno, započinje pražnjenje superkondenzatora koje traje sve dok strujni puls traje (Slika 2.3. [14]). Nakon inicijalne preraspodjele struje pulsa, tijekom trajanja strujnog pulsa baterija unutar HBSSa postupno preuzima na sebe sve veći dio struje pulsa, a opterećenje superkondenzatora se smanjuje. Nestankom strujnog pulsa započinje proces ponovnog punjenja superkondenzatora (Slika 2.3. [14]). U nastavku rada biti će pokazano kako se dolazi do analitičkih izraza kojima su opisani valni oblici struja prikazanih na slici 2.3. [14].



Slika 2.3. Valni oblici struje tereta, baterije i superkondenzatora

Manja nadtemperatura i termičko naprezanje baterije i dulji životni vijek baterije

Toplinski gubici koji se javljaju u bateriji proporcionalni s kvadratom struje koja protječe baterijom. Radi toga što je struja baterije reducirana u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom, dramatično su smanjeni toplinski gubici unutar baterije koja se nalazi u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom. Zbog toga što su znatno smanjeni toplinski gubici u bateriji kao komponente hibridnog sustava, smanjena je i prosječna nadtemperatura baterije. Ujedno, brzina kojom se temperatura baterije mijenja od polazne temperature okoline do radne temperature se također smanjuje. Zbog smanjene brzine kojom se temperatura baterije kao komponente HBSSa mijenja, smanjeno je termičko naprezanje (termički stres) baterije. Opće je poznato (Arheniusov zakon) da što je radna temperatura komponente niža, životni vijek komponente je dulji. Navedeno vrijedi i za bateriju. Duljem životnom vijeku baterije dodatno pridonosi i smanjena brzina kojom se temperatura povećava do radne temperature (manji termički stres) [14, 15, 40- 42].

Veće vršno opterećenje sistema i bolja rekuperacija

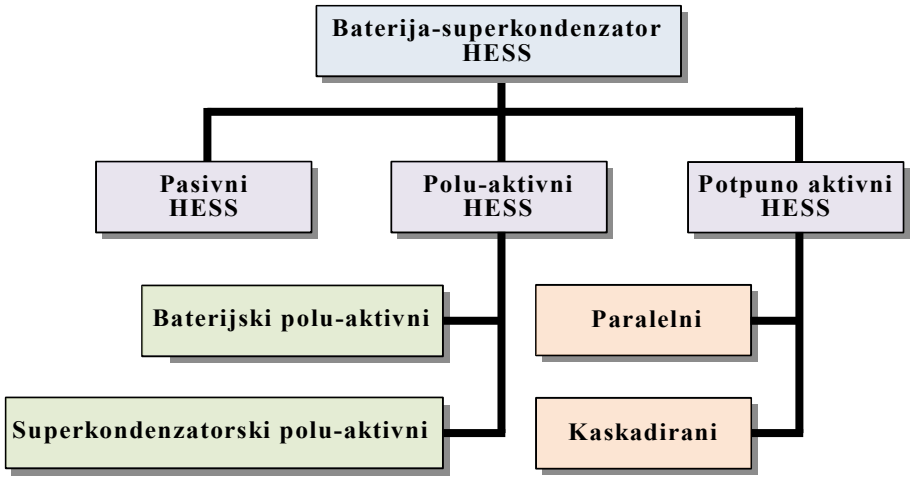
Prisutnost superkondenzatora u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora povećava vršnu snagu koju može hibridni sustav baterije i superkondenzatora isporučiti prema ukazanoj potrebi tereta (potrošača). Također, vrijedi i obrnuto, prisutnost superkondenzatora u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora povećava sposobnost apsorpcije (prihvata) snage, što je važno u aplikacijama kao što je kočenje električnih pogona gdje je važno što više kinetičke energije ponovno pretvoriti u električnu energiju (rekuperacija) [15].

Veća energetska učinkovitost

S obzirom da prisutnost superkondenzatora u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora smanjuje struju baterije tijekom dinamičkog opterećenja, smanjeni su gubici u baterije pri dinamičkom opterećenju. Zbog navedenog, pri dinamičkom opterećenju hibridni sustav baterije i superkondenzatora ima veću energetsku učinkovitost u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom [15, 35, 43].

2.2 Topologije hibridnih sustava baterije i superkondenzatora

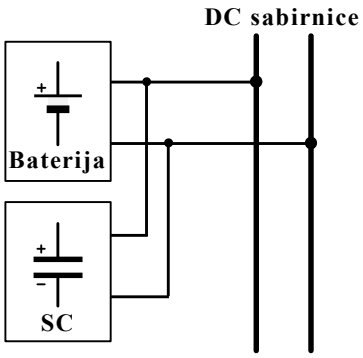
Zbog brojnih navedenih prednosti koje hibridni sustavi baterije i superkondenzatora imaju u odnosu na sustave napajanja zasnovane samo na baterijama, te iz razloga što najjednostavnija topologija baterije i superkondenzatora tzv. pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora ima inherentna ograničenja, provedena su brojna istraživanja i razvijene različite topologije kako bi se prednosti koje pružaju hibridni sustavi mogli bolje eksploatirati u specifičnim scenarijima (Slika 2.4. Kompilacija prema [15, 29-34, 44]). Iz konteksta optimalnog korištenja sustava za pohranu energije (engl. *energy storage system (ESS)*), odnosno njegovih elemenata predloženo je nekoliko topologija hibridnih sustava baterija i superkondenzatora (engl. *hybrid battery supercapacitor system*, također se koristi akronim engl. *energy storage systems*).



Slika 2.4. Jezgrovita podjela topologija hibridnih sustava baterije i superkondenzatora za pohranu energije (engl. *Battery-Supercapacitor HESS*)

Topološki najjednostavniji hibridni sustav baterije i superkondenzatora je takozvani pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora za pohranu energije (engl. *Passive HESS*). Baterija i superkondenzator spojeni su paralelno na zajedničke istosmjerne sabirnice (engl. *DC Bus*) (Slika 2.5. [44]).

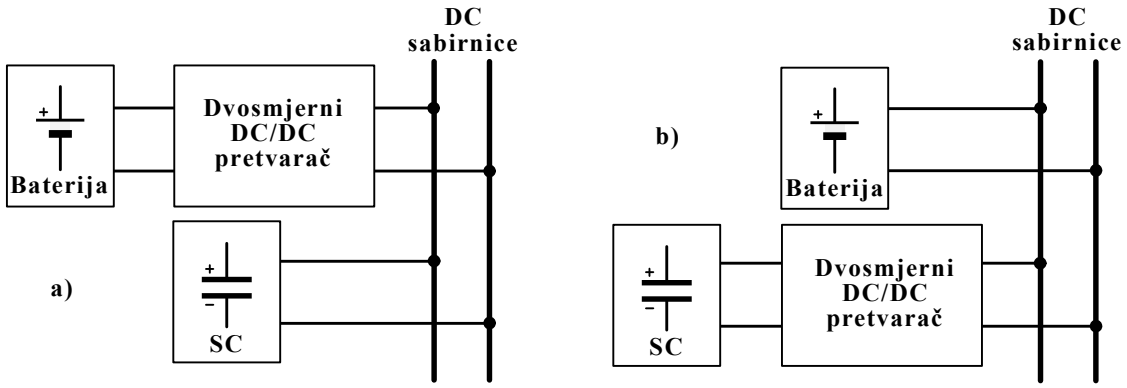
Iako se to eksplicitno ne navodi, podrazumijeva se da baterija može sadržavati sustav za ujednačavanje napona te zaštitne strujne krugove kao što su nadstrujna zaštita, zaštita od kratkog spoja i termička zaštita [18]. Također, isto se odnosi i na superkondenzatore, ukoliko ih je više spojeno u seriju radi postizanja odgovarajućeg radnog napona, podrazumijeva se da je prisutan sustav za ujednačavanje napona (engl. *voltage equalizer, voltage balancing circuit*).



Slika 2.5. Pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (engl. *Passive HESS*)

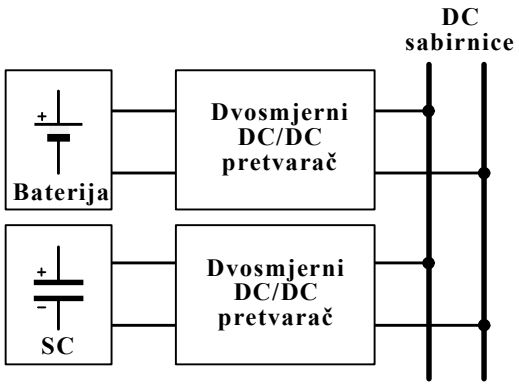
Inherentni nedostatak pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora je ta što su tokovi snaga prilikom punjenja energijom i pražnjenja hibridnog sustava određeni parametrima baterije i superkondenzatorima. Stoga je optimiranje rada ovakvoga sustava vrlo ograničeno. Optimiranje rada ovakvog sustava zasniva se na poznavanju karakteristike tereta prema kojoj se biraju parametri baterije i superkondenzatora. Ukoliko se karakteristika tereta promijeni tijekom rada pasivnog sustava, ili se parametri hibridnog sustava promijene zbog starenja, i/ili vanjskih utjecaj kao što je temperatura, sustav prestaje biti optimiran. Bolja prilagodba karakteristici tereta, te promijeni parametara hibridnog sustava uz nešto složeniji sustav može se postići korištenjem dvosmjernog istosmjernog pretvarača (engl. *Bidirectional DC/DC Converter*). Upotrebom dvosmjernog istosmjernog pretvarača postavljenog ili između baterije i zajedničkih istosmjernih sabirnica (Slika 2.6.a [44]) ili između superkondenzatora i zajedničkih istosmjernih sabirnica (Slika 2.6.b [44]) dobiva se topološki nešto složenija struktura u odnosu na pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora, ali zato je moguće bolje eksploatirati svojstva baterije ili superkondenzatora, odnosno optimizirati njihov rad [44].

Ukoliko je dvosmjerni istosmjerni pretvarač postavljen između baterije i zajedničkih istosmjernih sabirnica (Slika 2.6.a [44]), takva topologija naziva se Baterijski poluaktivna topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora (engl. *Battery semi-active hybrid energy storage system topology*) [44]. Ukoliko je dvosmjerni istosmjerni pretvarač postavljen između superkondenzatora i zajedničkih istosmjernih sabirnica (Slika 2.6.b [44]), takva topologija naziva se superkondenzatorski poluaktivna topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora (engl. *Supercapacitor semi-active hybrid energy storage system topology*) [44].

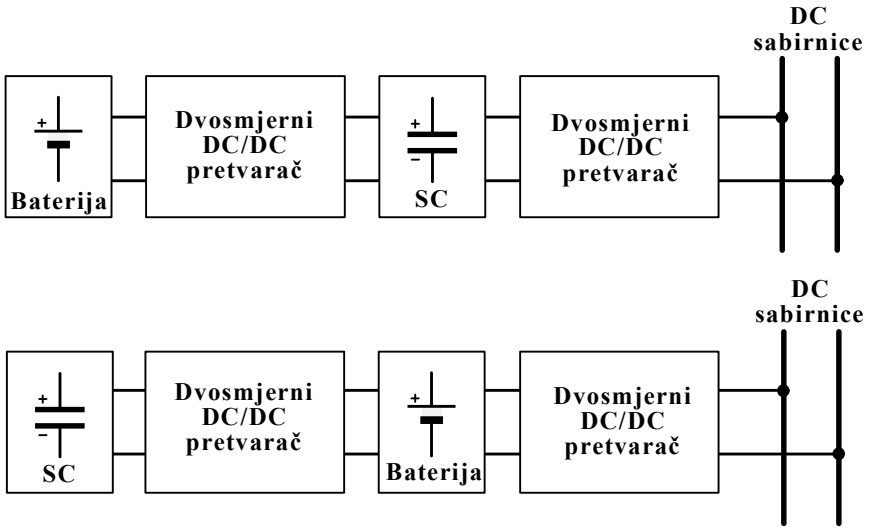


Slika 2.6. Poluaktivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (engl. *Semi-Active HESS*), a) Baterijski polu-aktivna topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora, b) superkondenzatorski polu-aktivna topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora

Izoliranje baterije ili superkondenzatora od istosmjerne sabirnice korištenjem dvosmjernog istosmjernog dvosmjernog pretvarača omogućava aktivnu kontrolu tokova snage između elemenata hibridnog sustava te povećanu fleksibilnost u konfiguriranju postavki sustava [44]. Znatno veća fleksibilnost u konfiguriranju postavki sustava može se postići upotrebom dvaju istosmjernih dvosmjernih pretvarača (Slika 2.7. [44] i Slika 2.8. [44]). Takva topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora naziva se potpuno aktivna topologija hibridnog sustava baterije i superkondenzatora (engl. *Fully active HESS*) [44]. Bolja kontrola tokova snaga i prilagodljivost hibridnog sustava postižu se na račun većoj složenosti sustava, manjoj energetskoj učinkovitosti te većim financijskim izdacima. Manja energetska učinkovitost posljedica je toga što dvosmjerni istosmjerni pretvarači umanjuju stupanj djelovanja zbog gubitaka u njima [44].



Slika 2.7. Potpuno aktivni paralelni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (engl. *Parallel Full Active HESS*)

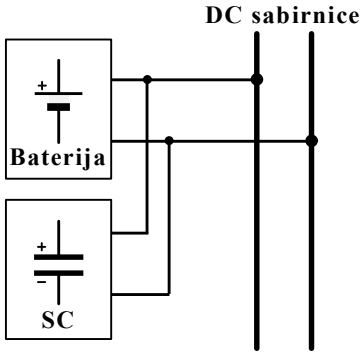


Slika 2.8. Potpuno aktivni kaskadni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (engl. *Cascaded Full Active HESS*)

Kod paralelnog potpuno aktivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora tokovi snaga baterije i superkondenzatora kontroliraju se individualno sa dvosmjernim istosmjernim pretvaračima uz održavanje napona istosmjerne sabirnice [44]. Baterija i superkondenzator su potpuno neovisni jedno o drugom, neovisno koliki je napon svakog od njih i izolirani su od istosmjerne sabirnice [44].

3. ANALITIČKI OPIS DINAMIČKOG VLADANJA PASIVNOG HBSSa

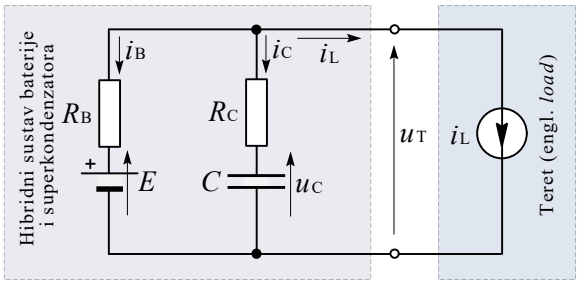
U ovom poglavlju biti će predstavljen i analiziran rad topološki najjednostavnijeg oblika hibridnog sustava baterije i superkondenzatora, takozvani pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (HBSS), odnosno pasivni HESS (engl. *Passive HESS*). Topološki prikaz pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora dan je na slici 3.1 [14, 15, 44].



Slika 3.1. Pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (engl. *Passive HESS*)

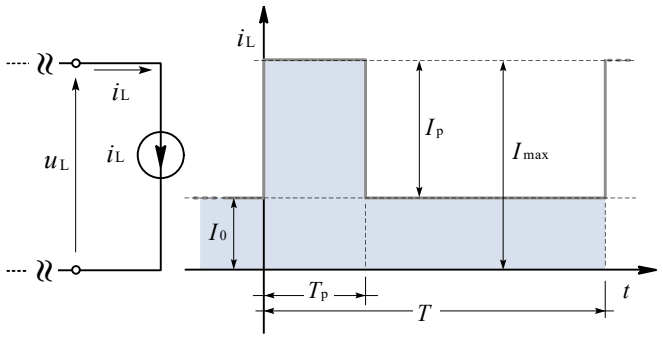
3.1 Matematički model dinamičkog vladanja pasivnog HBSSa

U literaturi [27, 36-37 39-40 35, 44-46] je pokazano da se rad i ponašanje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora u uvjetima dinamičkog opterećenja može adekvatno opisati Kirchhoffovom shemom prikazanoj na slici 3.2. [14, 15]. U fizikalnom smislu model prikazan na slici 3.2 [14, 15] sadrži jedan spremnik energije (kapacitet C) te se unaprijed zna da će dinamika prikazanog sustava biti opisana rješenjem diferencijalne jednadžbe prvoga reda.



Slika 3.2. Model prvog reda pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora

Baterija je modelirana serijskim spojem elektromotorne sile (E) i unutarnjeg otpora baterije (R_B). Ovaj model baterije je valjan ukoliko je zanemariva razlika unutarnjeg otpora baterije između procesa punjenja i pražnjenja baterije. Također, s obzirom da je usvojeno da je elektromotorna sila baterije konstantna, smatra se da se baterija neznatno isprazni u vremenskom intervalu za koji se provodi analiza. U suprotnom, iznos elektromotorne sile bio bi funkcija stanja napunjenosti baterije $E = E(\mathrm{SOC})$. Superkondenzator je modeliran kao serijski spoj kapaciteta superkondenzatora (C) i ekvivalentnog serijskog otpora superkondenzatora (R_C). Teret (engl. *load*) je modeliran strujnim uvorom kroz kojega teče vremenski promjenjiva struja (i_L). Valni oblik struje tereta predstavljen je nizom pravokutnih valnih oblika vršne vrijednosti iznosa I_p kojime je predstavljena dinamička komponenta struje tereta i konstantnog dijela iznosa I_0 kojime je predstavljena statička komponenta struje tereta. Model tereta i valni oblik struje tereta prikazan je na slici 3.3 [14, 15, 26, 28].



Slika 3.3. Model tereta i valni oblik struje tereta s prikazanim relevantnim fizikalnim veličinama

Matematički, valni oblik struje tereta može se opisati izrazom [14, 15, 26, 28]:

$$i_\mathrm{L} = I_0 + \sum_{k=0}^{N} \left(I_\mathrm{p} - I_0\right)\left(H(t-kT) - H(t-T_\mathrm{p}-kT)\right). \tag{3-1}$$

Gdje su $H(t-kT)$ i $H(t-T_\mathrm{p}-kT)$ jedinične step (tzv. odskočne) funkcije tj. Heavisidove jedinične step funkcije.

U ustaljenom stanju, prije pojave strujnog pulsa na terminalima HBSSa vlada napon [14]:

$$U_0 = E - I_0 \cdot R_\mathrm{B} \,. \tag{3-2}$$

Za shemu prikazanoj na slici 3.2, za svako vrijeme t vrijedi [14]:

$$i_\mathrm{L} = -i_\mathrm{B} - i_\mathrm{C} \,, \tag{3-3}$$

$$E + i_\mathrm{B} \cdot R_\mathrm{B} - i_\mathrm{C} \cdot R_\mathrm{C} - u_\mathrm{C} = 0 \,, \tag{3-4}$$

$$i_\mathrm{C} = C \cdot \frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} \,. \tag{3-5}$$

Napon na priključcima hibridnog sustava baterije i superkondenzatora u_T, (indeks „T“ dolazi od engl. *Terminals*) tj. na zajedničkim DC sabirnicama, a što odgovara naponu tereta, glasi [14]:

$$u_\mathrm{T} = u_\mathrm{C} + i_\mathrm{C} \cdot R_\mathrm{C} \,. \tag{3-6}$$

Kombiniranje izraza (3-3) i (3-4) daje [14]:

$$E - i_\mathrm{L} \cdot R_\mathrm{B} - i_\mathrm{C} \cdot (R_\mathrm{B} + R_\mathrm{C}) - u_\mathrm{C} = 0 \,. \tag{3-7}$$

Uvrštavanje (3-5) u (3-7) daje [14]:

$$(R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{C}}) \cdot C \cdot \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} + u_{\mathrm{C}} = E - i_{\mathrm{L}} \cdot R_{\mathrm{B}} \,. \tag{3-8}$$

Prethodni izraz može se zapisati u sažetijoj formi [14]:

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} + u_{\mathrm{C}} = E - i_{\mathrm{L}} \cdot R_{\mathrm{B}} \,. \tag{3-9}$$

Gdje je τ vremenska konstanta koja je određena izrazom [14]:

$$\tau = (R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{C}}) \cdot C \,. \tag{3-10}$$

Može se prepoznati da je izraz (3-8) nehomogena diferencijalna jednadžba prvoga reda. Diferencijalna jednadžba (3-8) opisuje prijelazne pojave (engl *Transients*) pražnjenja i punjenja superkondenzatora. U oba slučaja, bilo da je pražnjenje ili punjenje superkondenzatora vremenska konstanta ostaje nepromijenjena. Ovisno o tome odvija li se proces punjenja ili pražnjenja superkondenzatora, u izrazu (3-8) mijenja se jedino struja tereta.

Za proces pražnjenja superkondenzatora $0_{+} \leq t \leq T_{\mathrm{p}-}$ [14]:

$$i_{\mathrm{L}} = I_0 + I_{\mathrm{p}} \,. \tag{3-11}$$

Za proces pražnjenja superkondenzatora $T_{\mathrm{p}+} \leq t \leq T$ [14]:

$$i_{\mathrm{L}} = I_0 . \tag{3-12}$$

Kako bi se razlikovali naponi za svaki pojedini proces, odnosno punjenja i pražnjenja), oznaka u_{C1} će se koristit za proces izbijanja superkondenzatora, a oznaka u_{C2} će se koristiti za proces nabijanja superkondenzatora. Također, ista notacija indeksom biti će korištena za označavanje struja pri nabijanju i izbijanju superkondenzatora, te za druge fizikalne veličine, kao što su struja baterije i napon na priključnicama hibridnog sustava baterije i superkondenzatora.

Sukladno navedenom, opći oblik za napon u_{C} može se napisati u obliku [14]:

$$u_{\mathrm{C}} = \begin{cases} u_{\mathrm{C1}} \text{ for } 0_+ \le t \le T_{\mathrm{p}-}, \\ u_{\mathrm{C2}} \text{ for } T_{\mathrm{p}+} \le t \le T. \end{cases} \tag{3-13}$$

Proces pražnjenja superkondenzatora

Za proces pražnjenja superkondenzatora ($0_+ \le t \le T_{\mathrm{p}}$) vrijedi [14]:

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C1}}}{\mathrm{d}t} + u_{\mathrm{C1}} = E - (I_0 + I_{\mathrm{p}}) \cdot R_{\mathrm{B}} . \tag{3-14}$$

Prema zakonu komutacije [47], napon na kapacitetu ostaje nepromijenjen tijekom komutacije. Sukladno navedenom, iznos napona u_{C1} u trenutku neposredno prije komutacije ($t = 0_-$) i trenutku neposredno nakon komutacije ($t = 0_+$), tj. neposredno nakon pojave strujnog pulsa ostaje nepromijenjen:

$$u_{\mathrm{C1}}(0_-) = u_{\mathrm{C}}1(0_+) = E - i_{\mathrm{L}}(0_-) \cdot R_{\mathrm{B}} . \tag{3-15}$$

Kako je $i_{\mathrm{L}}(0_-) = I_0$, vrijedi

$$u_{C1}(0_-) = u_{C1}(0_+) = E - I_0 \cdot R_B = U_0 . \tag{3-16}$$

Primjena Laplaceove transformacije [48] na (3-14) daje:

$$\tau \cdot \left[s \cdot U_{C1}(s) - u_{C1}(0_-) \right] + U_{C1}(s) = \frac{E - (I_0 + I_p) \cdot R_B}{s} . \tag{3-17}$$

Preuređivanje prethodnog izraza daje [14]:

$$U_{C1}(s)\left(1 + \tau \cdot s\right) = \tau \cdot u_{C1}(0_-) + \frac{E - (I_0 + I_p) \cdot R_B}{s} , \tag{3-18}$$

$$U_{C1}(s) = \tau \cdot \frac{u_{C1}(0_-)}{1 + \tau \cdot s} + \frac{E - (I_0 + I_p) \cdot R_B}{s \cdot \left(1 + \tau \cdot s\right)} , \tag{3-19}$$

$$U_{C1}(s) = \frac{u_C(0_-)}{s + \dfrac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{\left(E - (I_0 + I_p) \cdot R_B\right)}{s + \dfrac{1}{\tau}} . \tag{3-20}$$

Uvođenjem zamjene [14]:

$$\Delta U_p = I_p \cdot R_B , \tag{3-21}$$

uz uvažavanje (3-16), izraz (3-18) se može pojednostaviti na oblik [14]:

$$U_{C1}(s)=\frac{U_0}{s+\frac{1}{\tau}}+\frac{1}{\tau}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{U_0-\Delta U_p}{s+\frac{1}{\tau}}. \tag{3-22}$$

Pad napona ΔU_p ima fizikalno značenje pada napona na bateriji koji bi se pojavio uslijed struje I_p kada ne bi bilo superkondenzatora, odnosno kada bi napajanje bilo realizirano samo sa baterijom. Izraz za napon u_{C1} u vremenskoj domeni dobiva se primjenom inverzne Laplaceove transformacije prema izrazima [48]:

$$\frac{1}{s+a}\xrightarrow{L^{-1}}e^{-at}, \tag{3-23}$$

$$\frac{1}{s(s+a)}\xrightarrow{L^{-1}}\frac{1}{a}\left(1-e^{-at}\right). \tag{3-24}$$

Primjenom navedenih inverznih Laplaceovih transformacija [48] na (3-22), dobiva se [14]:

$$u_{C1}=U_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}+\left(U_0-\Delta U_p\right)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \tag{3-25}$$

$$u_{C1}=U_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}+e^{-\frac{t}{\tau}}\right)-\Delta U_p\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \tag{3-26}$$

$$u_{C1}=U_0-\Delta U_p\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{3-27}$$

Struja superkondenzatora tijekom procesa pražnjenja

Uvrštavanjem (3-27) u (3-5) daje [14]:

$$i_{C1} = C \cdot \frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t} = C \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[U_0 - \Delta U_p \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = -C \cdot \Delta U_p \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right). \qquad (3\text{-}28)$$

Deriviranjem člana u zagradi daje [14]:

$$i_{C1} = -\Delta U_p \cdot \frac{C}{\tau} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{\Delta U_p}{R_B + R_C} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (3\text{-}29)$$

Uvažavanjem (3-21), tj. $\Delta U_p = I_p \cdot R_B$ daje [14]:

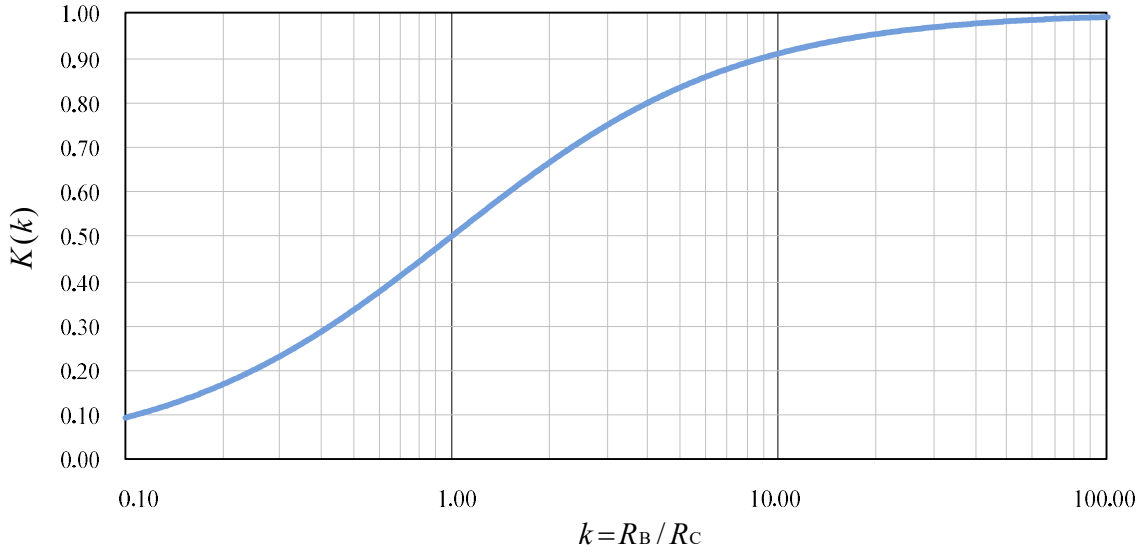
$$i_{C1} = -I_p \cdot \frac{R_B}{R_B + R_C} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (3\text{-}30)$$

Negativni predznak ispred struje znači da struja teče u smjeru koji je suprotan od smjera prikazanog na slici 3.2. Navedeno je očekivano jer se superkondenzator prazni. Zbog daljnjeg jezgrovitijeg zapisivanja izraza koji će slijediti, te radi pogodnosti koje će kasnije biti očigledne, mogu se uvesti zamjene [14]:

$$k = \frac{R_B}{R_C}, \qquad (3\text{-}31)$$

$$K = K(k) = \frac{R_B}{R_B + R_C} = \frac{k}{1 + k}. \qquad (3\text{-}32)$$

Ovisnost koeficijenta K o omjeru $k = R_B / R_C$ prikazana je grafički na slici 3.4. [14, 15]:



Slika 3.4. Ovisnost koeficijenta K o omjeru $k = R_B / R_C$

Upotrebom novouvedenih zamjena, izraz za struju superkondenzatora se može zapisati u obliku

$$i_{C1} = -I_p \cdot \frac{R_B}{R_B + R_C} e^{-\frac{t}{\tau}} = -I_p \cdot K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{3-33}$$

Struja baterije tijekom trajanja strujnog pulsa

Struja baterije određena je izrazom (3-3) te glasi [14]:

$$i_B = -i_L - i_C. \tag{3-34}$$

Uvrštavanjem (3-11) i (3-33) u prethodni izraz daje struju baterije za $0_+ \le t \le T_\mathrm{p}$ [14]:

$$i_{\mathrm{B1}} = -(I_0 + I_\mathrm{p}) - \left(-I_\mathrm{p} \cdot K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \right) = -(I_0 + I_\mathrm{p}) + I_\mathrm{p} \cdot K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = -I_0 - I_\mathrm{p} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \right). \qquad (3\text{-}35)$$

Prethodni izraz daje uvid kakav je utjecaj superkondenzatora u HBSSu na redukciju struje baterije. Utjecaj superkondenzatora na smanjenje struje baterije tijekom strujnog pulsa može se analizirati korištenjem koeficijenta K. Kada su otpori baterije i superkondenzatora jednaki ($k = R_\mathrm{B} / R_\mathrm{C} = 1$) prema slici 3.4 [14, 15] koeficijent K je jednak 0,5 tj. $K = 0,5$. Tada je pri pojavi strujnog pulsa, točno pola struje strujnog pulsa na sebe preuzela baterija, a drugu polovinu na sebe preuzeo superkondenzator. Kako se omjer $k = R_\mathrm{B} / R_\mathrm{C}$ povećava iznad jedan, koeficijent K postaje veći od 0,5 te veći udio struje I_p strujnog pulsa na sebe preuzima superkondenzator, a udio struje pulsa kojega preuzima baterija na sebe se smanjuje.

Kombiniranjem (3-6) i (3-33), dobiva se izraz za napon na terminalima pasivnog HBSSa

$$u_{\mathrm{T1}} = U_0 - \Delta U_\mathrm{p} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \right) - I_\mathrm{p} \frac{R_\mathrm{B} \cdot R_\mathrm{C}}{R_\mathrm{B} + R_\mathrm{C}} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (3\text{-}36)$$

Uvažavanjem (3-21), tj. $\Delta U_\mathrm{p} = I_\mathrm{p} \cdot R_\mathrm{B}$ daje

$$u_{\mathrm{T1}} = U_0 - \Delta U_\mathrm{p} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \right) - \Delta U_\mathrm{p} \cdot \frac{R_\mathrm{C}}{R_\mathrm{B} + R_\mathrm{C}} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (3\text{-}37)$$

Prethodni izraz može se dodatno pojednostaviti ukoliko se prepozna slijedeće:

$$\frac{R_{\mathrm{C}}}{R_{\mathrm{C}}+R_{\mathrm{B}}}=\frac{1}{R_{\mathrm{C}}}\frac{R_{\mathrm{C}}}{1+\dfrac{R_{\mathrm{B}}}{R_{\mathrm{C}}}}=\frac{1}{1+k}. \tag{3-38}$$

Kombiniranje (3-37) i (3-38) daje

$$u_{\mathrm{T1}}=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)-\Delta U_{\mathrm{p}}\frac{1}{1+k}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{3-39}$$

$$u_{\mathrm{T1}}=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1+\left(\frac{1}{1+k}-1\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right), \tag{3-40}$$

$$u_{\mathrm{T1}}=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-\frac{k}{1+k}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{3-41}$$

Uzimanjem u obzir definiciju faktora K prema (3-32), prethodni izraz se može zapisati u obliku

$$u_{\mathrm{T1}}=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-K\cdot\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{3-42}$$

Trenutni (engl. *Instantaneous*) pad napona na priključcima (engl. *Terminals*) pasivnog HBSSa, odnosno na zajedničkim DC sabirnicama, mogu se odrediti izrazom [14]:

$$\Delta U_{\mathrm{i}}=u_{\mathrm{T1}}(0_-)-u_{\mathrm{T1}}(0_+). \tag{3-43}$$

Napon na terminalima HBSSa neposredno prije pojave strujnog pulsa ($t=0_-$) jednak je naponu u ustaljenom stanju [14]:

$$u_{\mathrm{T1}}(0_-)=u_{\mathrm{C1}}(0_-)=U_0\,. \tag{3-44}$$

Napon na priključcima (terminalima) HBSSa neposredno nakon pojave strujnog pulsa ($t=0_+$) određen je izrazom (3-42) te za $t=0$ glasi [14]:

$$u_{\mathrm{T1}}(0_+)=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-K\right). \tag{3-45}$$

Uvrštavanjem (3-44) i (3-45) u (3-43) daje izraz a trenutni pad napona na terminalima pasivnog HBSSa [14]:

$$\Delta U_{\mathrm{i}}=u_{\mathrm{T1}}(0_-)-u_{\mathrm{T1}}(0_+)=\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-K\right). \tag{3-46}$$

Također, od interesa je poznavati i pad napona na terminalima HBSSa (zajedničkim DC sabirnicama) koji se javlja nakon trenutnog pada napona, tijekom prijelazne pojave (engl. *Transient*). Taj pad napona uspostavlja se postupno, bez skokova i određen je izrazom

$$\Delta U_{\mathrm{t}}=u_{\mathrm{T1}}(0_+)-u_{\mathrm{T1}}(T_{\mathrm{p}})\,. \tag{3-47}$$

Indeks t u donjem desnom podnožju oznake za pad napona dolazi od engleske riječi „*Transient*“. Napon na terminalima HBSSa u trenutku $t=T_{\mathrm{p}}$ određen je izrazom (3-42) te iznosi [14]:

$$u_{\mathrm{T}}(T_{\mathrm{p}})=U_0-\Delta U_{\mathrm{p}}\cdot\left(1-K\cdot\mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-48}$$

Napon na terminalima HBSSa u trenutku $t = 0_+$ određen je izrazom (3-42) te iznosi [14]:

$$u_{\mathrm{T1}}(0_+) = U_0 - \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot (1 - K). \tag{3-49}$$

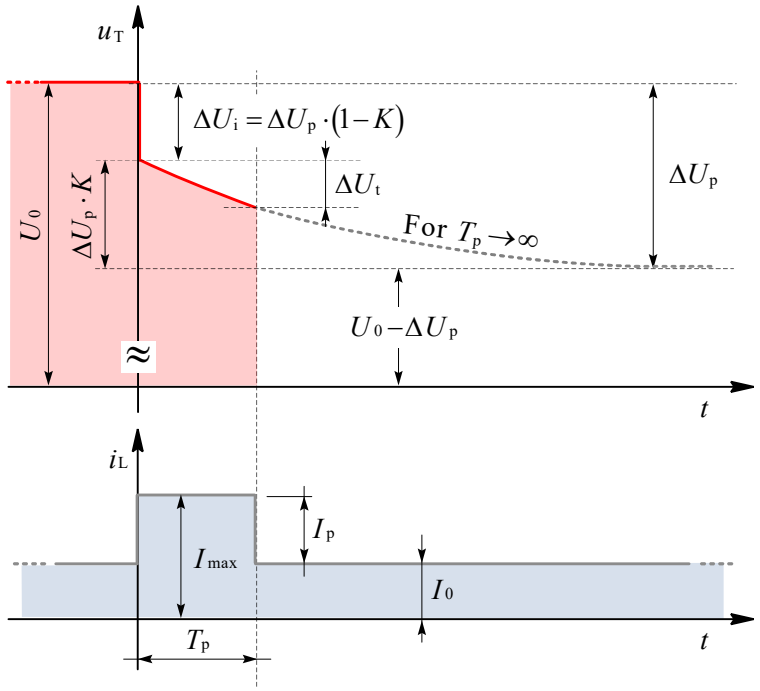
Uvrštavanjem (3-48) i (3-49) u izraz (3-47) daje

$$\Delta U_{\mathrm{t}} = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right) - \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot (1 - K) = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}} - (1 - K)\right). \tag{3-50}$$

Manjim uređivanjem prethodnog izraza dobiva se izraz za tranzijentni pad napona na terminalima HBSSa, odnosno zajedničkim DC sabirnicama [14]:

$$\Delta U_{\mathrm{t}} = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot K \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-51}$$

Pad napona ΔU_{t} započinje neposredno nakon inicijalnog trenutnog pada napona, a završava prestankom strujnog pulsa. Na osnovi prethodno izvedenih analitičkih izraza moguće je kvalitativno konstruirati valni oblik napona na terminalima HBSSa tj. napona na zajedničkim DC sabirnicama koji vlada tijekom procesa izbijanja superkondenzatora, odnosno za vrijeme trajanja strujnog pulsa. Valni oblici struje tereta i napona na terminalima HBSSa zajedno s drugim fizikalnim veličinama od interesa prikazani su na slici 3.5. [14]. Preostali dio valnog oblika napona na terminalima HBSSa biti će moguće nacrtati nakon što se odrede analitički izrazi koji vrijede tijekom procesa punjenja superkondenzatora.



Slika 3.5. Valni oblik struje tereta, napona na terminalima HBSSa i druge relevantne fizikalne veličine tijekom procesa pražnjenja (izbijanja) superkondenzatora

Proces punjenja superkondenzatora

Proces punjenja superkondenzatora započinje odmah nakon prestanka strujnog pulsa. Za proces punjenja superkondenzatora ($T_p \le t < T$) vrijedi [14]:

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t} + u_{C2} = E - I_0 \cdot R_B \,. \tag{3-52}$$

Uzimanjem u obzir da je napon u ustaljenom stanju na superkondenzatoru $U_0 = E - I_0 \cdot R_B$, prethodni izraz može se zapisati u nešto jezgrovitijoj formi [14]:

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t} + u_{C2} = U_0 \,. \tag{3-53}$$

Prema zakonu komutacije [47], neposredno prije komutacije ($u_{C2}(T_{p-})$) i neposredno nakon komutacije ($u_{C2}(T_{p+})$), napon u_{C2} ostaje nepromijenjen:

$$u_{C2}(T_{p-}) = u_{C2}(T_{p+}) = u_{C1}(T_p) = U_0 - \Delta U_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_p}{\tau}}\right). \tag{3-54}$$

Primjenom Laplaceove transformacije [48] na izraz (3-53) dobiva se [14]:

$$\tau \cdot \left[s \cdot U_{C2}(s) - u_{C2}(T_p)\right] + U_{C2}(s) = \frac{U_0}{s}, \tag{3-55}$$

$$U_{C2}(s)\left(\tau \cdot s + 1\right) = \tau \cdot u_{C2}(T_p) + \frac{U_0}{s}. \tag{3-56}$$

Daljnje uređivanje prethodnog izraza daje [14]:

$$U_{C2}(s) = \tau \cdot \frac{u_{C2}(T_p)}{\tau \cdot s + 1} + \frac{U_0}{s}\frac{1}{\tau \cdot s + 1}, \tag{3-57}$$

$$U_{C2}(s) = \frac{u_{C2}(T_p)}{s + \frac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\frac{1}{s}\frac{U_0}{s + \frac{1}{\tau}}. \tag{3-58}$$

Izraz za napon u_{C2} u vremenskoj domeni dobiva se primjenom inverzne Laplaceove transformacije prethodnog izraza. Inverzna Laplaceova transformacija prethodnog izraza odvija se prema izrazima [48]:

$$\frac{1}{s+a} \xrightarrow{L^{-1}} \mathrm{e}^{-at}, \tag{3-59}$$

$$\frac{1}{s(s+a)} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{a}\left(1-\mathrm{e}^{-at}\right). \tag{3-60}$$

Primjena inverzne Laplaceove transformacije izraza (3-58) uz uvažavanje $t = t - T_\mathrm{p}$, te $u_{\mathrm{C1}}(T_\mathrm{p}) = u_{\mathrm{C2}}(T_\mathrm{p})$ daje [14]:

$$u_{\mathrm{C2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_\mathrm{p}) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_\mathrm{p}}{\tau}} + U_0 \cdot \left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t-T_\mathrm{p}}{\tau}}\right). \tag{3-61}$$

Prethodni izraz može se zapisati u obliku koji je pogodan za grafičko prikazivanje [14]:

$$u_{\mathrm{C2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_\mathrm{p}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_\mathrm{p})\right) \cdot \left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t-T_\mathrm{p}}{\tau}}\right). \tag{3-62}$$

Struja superkondenzatora tijekom procesa punjenja

Proces punjenja superkondenzatora započinje prestankom strujnog impulsa, te se odvija u vremenskom intervalu $T_\mathrm{p} \le t < T$. Struja superkondenzatora tijekom procesa njegova punjenja određena je izrazom [14]:

$$i_{\mathrm{C2}} = C \cdot \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C2}}}{\mathrm{d}t} = \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_\mathrm{p})\right) \cdot \frac{C}{\tau} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_\mathrm{p}}{\tau}}. \tag{3-63}$$

Uvrštavanjem izraza za vremensku konstantu (3-10) tj. $\tau = (R_B + R_C) \cdot C$ u prethodni izraz daje

$$i_{C2} = \frac{U_0 - u_{C1}(T_p)}{R_B + R_C} \cdot e^{-\frac{t-T_p}{\tau}}. \tag{3-64}$$

Napon na terminalima HBSSa tijekom procesa punjenja superkondenzatora

Uvažavanjem uvedenih notacija, iz izraza (3-6) proizlazi

$$u_{T2} = u_{C2} + i_{C2} \cdot R_C. \tag{3-65}$$

Uvrštavanjem (3-62) i (3-64) u prethodni izraz daje

$$u_{T2} = u_C(T_p) + \left(U_0 - u_{C1}(T_p)\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-T_p}{\tau}}\right) + \left(U_0 - u_{C1}(T_p)\right) \cdot \frac{R_C}{R_B + R_C} \cdot e^{-\frac{t-T_p}{\tau}}. \tag{3-66}$$

Uvažavanjem (3-38), odnosno:

$$\frac{R_C}{R_C + R_B} = \frac{1}{R_C} \frac{R_C}{1 + \frac{R_B}{R_C}} = \frac{1}{1+k}. \tag{3-67}$$

Izraz (3-66) može se napisati u obliku:

$$u_{\mathrm{T2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{1+k} - 1\right) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right), \tag{3-68}$$

$$u_{\mathrm{T2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{1-1-k}{1+k}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right), \tag{3-69}$$

$$u_{\mathrm{T2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 - \frac{k}{1+k} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-70}$$

U prethodnom izrazu može se prepoznati član koji odgovara parametru K. Prema izrazu (3-32) parametar K definiran je na način [14]:

$$K = K(k) = \frac{R_{\mathrm{B}}}{R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{C}}} = \frac{k}{1+k}. \tag{3-71}$$

Uvažavanjem definicije pomoćnog parametra K, izraz (3-70) može se napisati u obliku [14]:

$$u_{\mathrm{T2}} = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-72}$$

Trenutni skok napona na terminalima HBSSa (zajedničkim DC sabirnicama) nakon nestanka strujnog pulsa određen je izrazom:

$$\Delta U_{\mathrm{i}}' = u_{\mathrm{T2}}(T_{\mathrm{p}+}) - u_{\mathrm{T1}}(T_{\mathrm{p}-}). \tag{3-73}$$

Napon na terminalima HBSSa (napon na zajedničkim DC sabirnicama) neposredno nakon nestanka strujnog pulsa ($t = T_{\mathrm{p}+}$) određen je izrazom (3-72):

$$u_{\mathrm{T2}}(T_{\mathrm{p}+}) = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 - K\right). \tag{3-74}$$

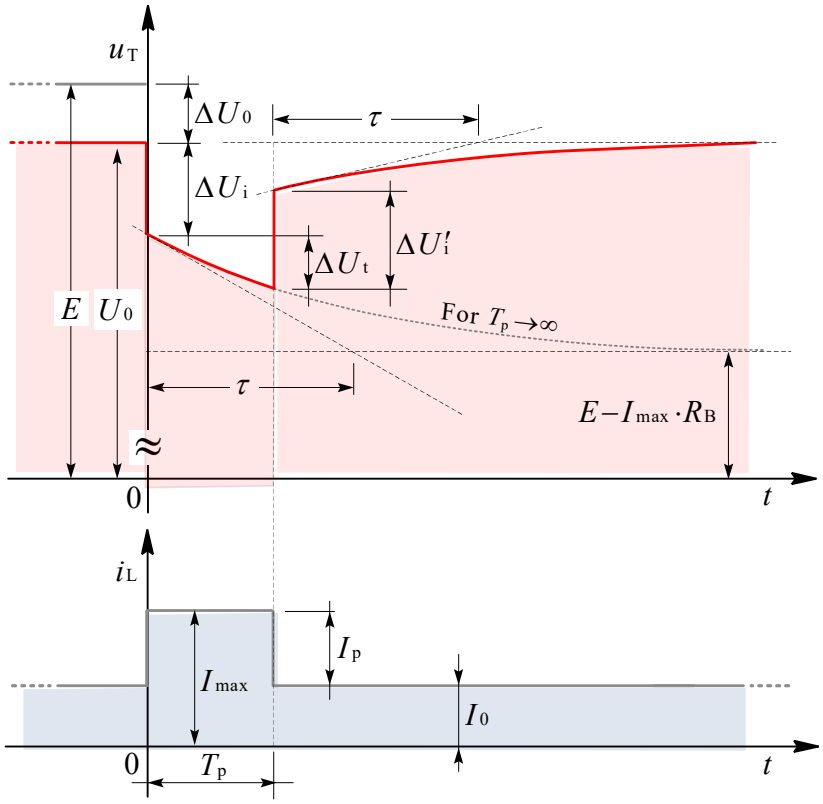
Napon na terminalima HBSSa (napon na zajedničkim DC sabirnicama) neposredno prije nestanka strujnog pulsa ($t = T_{\mathrm{p}-}$) određen je izrazom (3-48):

$$u_{\mathrm{T1}}(T_{\mathrm{p}-}) = U_0 - \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-75}$$

Uvrštavanjem (3-74) i (3-75) u (3-73) daje izraz za trenutni skok napona na terminalima HBSSa (zajedničkim DC sabirnicama) nakon nestanka strujnog pulsa I_{p} :

$$\Delta U_{\mathrm{i}}' = u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}}) + \left(U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})\right) \cdot \left(1 - K\right) - U_0 - \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{3-76}$$

Koristeći se izvedenim izraza za napon na terminalima HBSSa može se grafički prikazati kvalitativni izgled valnog oblika napona na terminalima HBSSa (Slika 3.6. [14]:).



Slika 3.6. Valni oblik struje tereta, napona na terminalima HBSSa i ostale relevantne fizikalne veličine tijekom procesa izbijanja i punjenja superkondenzatora

Struja baterije kao komponente pasivnog HBSSa

Prema prethodno iznesenoj analizi pokazano je da prisutnost superkondenzatora kao komponente pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora ima pogodan utjecaj na valni oblik napona na terminalima HBSSa (zajedničkim DC sabirnicama). Napon na terminalima HBSSa, odnosno ***napon na zajedničkim DC sabirnicama ima znatno manje propade pri pojavi strujnog pulsa***. Druga pogodnost zbog prisutnosti superkondenzatora u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora u odnosu na slučaj kada se teret (potrošač) napaja samo sa baterijom je u strujnom opterećenju baterije. ***Zbog prisutnosti superkondenzatora u pasivnom HBSSu, struja baterije je znatno smanjena tijekom trajanja strujnog pulsa.*** Zbog smanjene struje baterije tijekom trajanja strujnog pulsa, manji su tehnički zahtjevi pri dimenzioniranju odgovarajuće baterije.

Također, zbog manjeg strujnog opterećenja baterije tijekom trajanja strujnog pulsa ***manji je toplinski stres baterije***. Zbog navedenog ***produljuje se životni vijek baterije***. Sve navedeno su dodatni razlozi zbog kojih je i vrlo jednostavni pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora popularan u tehničkim primjenama. Smanjenje struje baterije pri dinamičkom opterećenju može se analizirati iz analitičkih izraza kojima je opisana struja baterije tijekom trajanja strujnog pulsa i nakon njegova prestanka.

Sukladno prethodno uvedenim notacijama, struja baterije se može opisati izrazom [14]:

$$i_{\mathrm{B}} = \begin{cases} i_{\mathrm{B1}} \ \text{for} \ 0_{+} \le t \le T_{\mathrm{p}-}, \\ i_{\mathrm{B2}} \ \text{for} \ T_{\mathrm{p}+} \le t \le T. \end{cases} \tag{3-77}$$

Odnos između struje baterije, struje tereta i struja superkondenzatora dani su izrazom (3-3), tj:

$$i_{\mathrm{L}} = -i_{\mathrm{B}} - i_{\mathrm{C}}. \tag{3-78}$$

Iz prethodnog izraza proizlazi [14]:

$$i_{\mathrm{B}} = -i_{\mathrm{L}} - i_{\mathrm{C}}. \tag{3-79}$$

Struja tereta dana je izrazom [14]:

$$i_{\mathrm{L}} = \begin{cases} I_0 + I_{\mathrm{p}} \ \text{for} \ 0_{+} \le t \le T_{\mathrm{p}-}, \\ I_0 \quad \text{for} \ T_{\mathrm{p}+} \le t \le T. \end{cases} \tag{3-80}$$

Struja superkondenzatora dana je izrazom [14]:

$$i_{\mathrm{C}} = \begin{cases} i_{\mathrm{C1}} \text{ for } 0_{+} \le t \le T_{\mathrm{p}-}, \\ i_{\mathrm{C2}} \text{ for } T_{\mathrm{p}+} \le t \le T. \end{cases} \tag{3-81}$$

Gdje je:

$$i_{\mathrm{C1}} = -I_{\mathrm{p}} \cdot K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{3-82}$$

$$i_{\mathrm{C2}} = \frac{U_0 - u_{\mathrm{C1}}(T_{\mathrm{p}})}{R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{C}}} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}. \tag{3-83}$$

Kombiniranjem prethodnih izraza dobiva se izraz za struju baterije [14]:

$$i_{\mathrm{B}} = \begin{cases} -(I_0 + I_{\mathrm{p}}) - i_{\mathrm{C1}} & \text{for } 0_{+} \le t \le T_{\mathrm{p}-}, \\ -I_0 - i_{\mathrm{C2}} & \text{for } T_{\mathrm{p}+} \le t \le T. \end{cases} \tag{3-85}$$

U namjeri da se pokaže da prisutnost superkondenzatora reducira struju baterije kada je prisutno dinamičko opterećenje, struju superkondenzatora potrebno je iskazati korištenjem faktora K. Struja i_{C1} već je iskazana upotrebom faktora K, stoga je to potrebno učiniti i za struju i_{C2}. To se može učiniti na naredni način.

Iz definicije faktora K, izraz (3-32), proizlazi:

$$\frac{1}{R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{C}}} = \frac{K}{R_{\mathrm{B}}}. \tag{3-86}$$

Upotrebom prethodnog izraza, izraz za struju i_{C2} može se napisati u obliku [14]:

$$i_{C2} = \frac{U_0 - u_{C1}(T_p)}{R_B + R_C} \cdot e^{-\frac{t-T_p}{T}} = \frac{K}{R_B} \cdot \left(U_0 - u_{C1}(T_p)\right) \cdot e^{-\frac{t-T_p}{T}}. \tag{3-87}$$

Kako je

$$u_{C1}(T_p) = U_0 - \Delta U_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_p}{\tau}}\right), \tag{3-88}$$

Izraz za struju i_{C2} može se zapisati u obliku [14]:

$$i_{C2} = \frac{K}{R_B} \cdot \Delta U_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_p}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{t-T_p}{T}}. \tag{3-89}$$

S obzirom da je pad napona ΔU_p određen izrazom $\Delta U_p = I_p \cdot R_B$., prethodni izraz može se zapisati u obliku [14]:

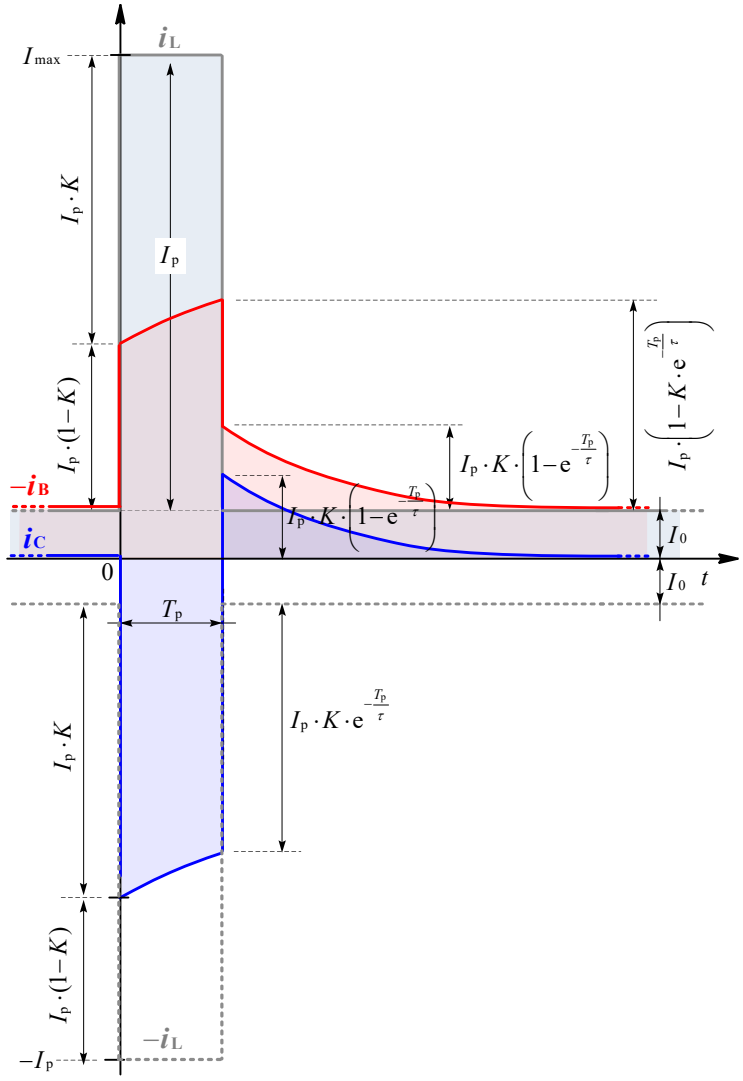
$$i_{C2} = I_p \cdot K \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_p}{T}}\right) \cdot e^{-\frac{t-T_p}{T}}. \tag{3-90}$$

Uvrštavanje izraza struju superkondenzatora iskazanih preko faktora K, izrazi (3-82) i (3-90) u izraz (3-85) daje izraze za struju baterije tijekom trajanja strujnog pulsa i nakon njegova prestanka [14]:

$$i_{B1} = -(I_0 + I_p) - i_{C1} = -(I_0 + I_p) - \left(-I_p \cdot K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -I_0 - I_p \cdot \left(1 - K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \tag{3-91}$$

$$i_{B2} = -I_0 - i_{C2} = -I_0 - I_p \cdot K \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_p}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{t-T_p}{\tau}} . \tag{3-92}$$

Na osnovi izvedenih analitičkih izraza za struje tereta, struje baterije i struje superkondenzatora tijekom trajanja strujnog pulsa i nakon njegova prestanka moguće je kvalitativno grafički prikazati valne oblike svih navedenih struja (Slika 3.7. [14]:). Zbog preglednosti grafičkog prikaza, prikazana je negativna vrijednost struje baterije.



Slika 3.7. Valni oblik struje tereta, struje baterije i struje superkondenzatora tijekom trajanja strujnog pulsa i nakon njegova prestanka

3.2 Diskusija

Baterije i superkondenzatori kao spremnici energije imaju dijametralno suprotne karakteristike s obzirom na gravimetrijsku gustoću energije i gravimetrijsku gustoću snage. Baterije imaju približno jedan red veličine veću gravimetrijsku gustoću energije od superkondenzatora, dok superkondenzatori imaju približno red veličine veću gravimetrijsku gustoću snage. Hibridiziranjem baterija i superkondenzatora u jedan sustav, njegove karakteristike s obzirom na gravimetrijsku gustoću energije i gravimetrijsku gustoću će biti pozicionirane između karakteristika baterija i superkondenzatora. Uz navedeno, hibridiziranjem baterija i superkondenzatora u jedan sistem dolaze do izražaja i druga poželjna svojstva.

Među kojima se posebno ističu: manji padovi napona u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom (SABS), manje strujno opterećenje baterije unutar HBSSa u odnosu na strujno opterećenje baterije kada je ona samostalni izvor napajanja (SABS), veća energetska učinkovitost u odnosu na SABS te dulji životni vijek baterije u HBSSu u odnosu kada je napajanje realizirano samo sa baterijom (SABS). U ovom poglavlju izvedeni su analitički izrazi kojima su opisane strujne i naponske prilike pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora. Analitičkim izrazima opisana su i sva karakteristična obilježja valnih oblika napona i struja, kao što su inicijalni pad napona, ukupni pad napona, inicijalna struja baterije i superkondenzatora itd. (Slike 3.6. [14] i 3.7. [14]). Valni oblici napona i struja prikazani na slici 3.6 i slici 3.7 u skladu su sa rezultatima predstavljenim u literaturi [27-28, 39, 49-52]. Također, valni oblici napona i struja prikazani na slici 3.6 i slici 3.7 u skladu su sa laboratorijskim mjerenjima opisanim u sedmom poglavlju ovog rada.

Dobiveni analitički izrazi za napone i struje, te na osnovu njih dobiveni grafički prikazi pokazali su da iako je topološki vrlo jednostavan, pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (pasivni HBSS) u uvjetima dinamičkog opterećenja ima brojne prednosti spram napajanja realiziranog samo sa baterijom. Stoga je u uvjetima dinamičkog opterećenja bolja opcija od napajanja realiziranog samo sa baterijom.

Također, definirani su pomoćni parametri (k i K) pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji uspostavlja funkcijski odnos između unutarnjih otpora sustava i strujno-naponskih prilika u svrhu jednostavnije analize tijekom dinamičkog opterećenja sustava. Upotrebom uvedenih pomoćnih parametara u narednom poglavlju biti će analizirani gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora. Zahvaljujući novouvedenim pomoćnim parametrima omogućena je jednostavna primjena prezentiranih analitičkih izraza, bolji uvid u teorijska razmatranja rada HBSSa, kao i brzo određivanje potrebnih parametara pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji udovoljavaju željenom vladanju HBSSa. Na taj način doprinosi se praksi dizajniranja pasivnog HBSSa [53-55].

4. ENERGETSKA UČINKOVITOST PASIVNOG HBSS-a

U prethodnom poglavlju izvedeni su analitički izrazi kojima je opisano dinamičko vladanje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora. U ovom poglavlju biti će izvedeni analitički izrazi kojima su opisani gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora pri dinamičkom opterećenju koji ima valni oblik kakav je prikazan u prethodnom poglavlju. Također, biti će izvedeni analitički izrazi kojima su opisani gubici u bateriji pri istom dinamičkom opterećenju. Upotrebom prethodno izvedenih izraza biti će analizirana energetska učinkovitost, tj. poboljšanje energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora u odnosu na bateriju kada je ona samostalni izvor napajanja tereta. Energetska učinkovitost će biti analizirana za različite parametre opterećenja.

4.1 Matematički model energetske učinkovitosti

Kako bi se pokazalo da je pri dinamičkom opterećenju, hibridni sustav baterije i superkondenzatora energetski učinkovitiji od sustava napajanja realiziranog samo sa baterijom, potrebno je poznavati gubitke u oba sustava pri istim uvjetima opterećenja. Energetska učinkovitost, hibridnog sustava baterije i superkondenzatora u odnosu na sustava napajanja koji je realiziran samo sa baterijom (SABS) (engl. *stand-alone battery systems*) može se pratiti i analizirati kroz omjer [15]:

$$\frac{E_{\text{HBSS}}(0,T)}{E_{\text{SABS}}(0,T)}=\frac{E_{\text{HBSS}}(0,T_{\text{P}})+E_{\text{HBSS}}(T_{\text{P}},T)}{E_{\text{SABS}}(0,T_{\text{P}})+E_{\text{SABS}}(T_{\text{P}},T)}. \tag{4-1}$$

Gdje su: $E_{\text{HBSS}}(0,T)$ - gubici u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora tijekom jedne periode T valnog oblika struje tereta, $E_{\text{SABS}}(0,T)$ - gubici u bateriji tijekom jedne periode T valnog oblika struje tereta kada je baterija samostalni sustav kojime se napaja teret.

Zbog matematičkih pogodnosti koje će kasnije biti očigledne i lakše interpretacije rezultata, pogodno je uvesti sljedeće zamjene [15].

Omjer vršne vrijednosti pravokutnog pulsa tereta i konstantne komponente struje tereta [15]:

$$\varepsilon = \frac{I_\mathrm{p}}{I_0}. \tag{4-2}$$

Gdje su: I_p - vršna vrijednost pravokutnog pulsa, I_0 - konstantna komponenta struje tereta.

Omjer trajanja pravokutnog pulsa i vremenske konstante [15]:

$$\alpha = \frac{T_\mathrm{p}}{\tau}. \tag{4-3}$$

Gdje su: T_p - trajanje pulsa, τ -vremenska konstanta.

Omjer trajanja pravokutnog pulsa i periode tzv. radni ciklus (engl. *duty cycle*) pulsirajućeg (dinamičkog) dijela struje tereta valnog oblika prikazanog slikom 3.3 [14, 15] glasi [15]:

$$\beta = \frac{T_\mathrm{p}}{T}. \tag{4-4}$$

Gdje su: T_p - trajanje pulsa, T - perioda valnog oblika struje.

Koristeći se prethodno uvedenim zamjenama, izrazi za struju baterije i superkondenzatora izvedeni u prethodnom poglavlju mogu se napisati u obliku:

Struja baterije za $0_+ \le t \le T_{\mathrm{p}-}$ [15]:

$$i_{\mathrm{B1}} = -I_0 \cdot \left[1 + \varepsilon \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right], \tag{4-5}$$

Struja baterije za $T_{\mathrm{p}+} \le t \le T$ [15]:

$$i_{\mathrm{B2}} = I_0 \cdot \left[1 + \varepsilon \cdot K \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right]. \tag{4-6}$$

Struja superkondenzatora za $0_+ \le t \le T_{\mathrm{p}-}$ [15]:

$$i_{\mathrm{C1}} = -I_0 \cdot \varepsilon \cdot K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{4-7}$$

Struja superkondenzatora za $T_{\mathrm{p}+} \le t \le T$ [15]:

$$i_{\mathrm{C2}} = I_0 \cdot \varepsilon \cdot K \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{T}}\right) \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t-T_{\mathrm{p}}}{T}}. \tag{4-8}$$

Gubici u bateriji kada je ona samostalni sustav napajanja (SABS)

U svrhu jezgrovitog zapisa izraza za gubitke, na sljedećim stranicama uvedene su oznake za rješenja integrala vezanih uz određivanje gubitaka. Kako bi oznake za rješenja pojedinih integrala bile vezane uz podintegralne funkcije koje su kvadrati struja nad kojima se provodi integracija, za rješenja integrala na slijedećim stranicama koriste se oznake: I_{L}^2, I_{L1}^2 ,I_{L2}^2, I_{B1}^2, I_{B2}^2, I_{C1}^2 i I_{C2}^2. Odnosno, oznake I_{L}^2, I_{L1}^2 ,I_{L2}^2, I_{B1}^2, I_{B2}^2, I_{C1}^2 i I_{C2}^2 nemaju značenja kvadrata efektivnih vrijednosti struja.

Gubici u bateriji tijekom jedne periode kada je ona samostalni sustav napajanja (SABS) određeni su izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{SABS}}(0,T) = R_{\mathrm{B}} \cdot \int_0^T i_{\mathrm{L}}^2 \mathrm{d}t = R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{L}}^2 . \tag{4-9}$$

Gdje je $\cdot I_{\mathrm{L}}^2$ dan izrazom [15]:

$$I_{\mathrm{L}}^2 = \int_0^{T_{\mathrm{p}}} i_{\mathrm{L1}}^2 \cdot \mathrm{d}t + \int_{T_{\mathrm{p}}}^T i_{\mathrm{L2}}^2 \cdot \mathrm{d}t = I_{\mathrm{L1}}^2 + I_{\mathrm{L2}}^2 . \tag{4-10}$$

Integrali I_{L1}^2 i I_{L2}^2 dani su izrazima [15]:

$$I_{\mathrm{L1}}^2 = \int_0^{T_{\mathrm{p}}} (I_0 + I_{\mathrm{p}})^2 \cdot \mathrm{d}t = (I_0 + I_{\mathrm{p}})^2 \cdot \int_0^{T_{\mathrm{p}}} \mathrm{d}t = (I_0 + I_{\mathrm{p}})^2 \cdot T_{\mathrm{p}} . \tag{4-11}$$

$$I_{\mathrm{L2}}^2 = \int_{T_{\mathrm{p}}}^T I_0^2 \cdot \mathrm{d}t = I_0^2 \cdot \int_{T_{\mathrm{p}}}^T \mathrm{d}t = I_0^2 \cdot (T - T_{\mathrm{p}}) . \tag{4-12}$$

Koristeći se prethodno uvedenim zamjenama, prethodni izrazi se mogu zapisati u obliku [15]:

$$I_{\mathrm{L1}}^2 = (I_0 + I_{\mathrm{p}})^2 \cdot T_{\mathrm{p}} = I_0^2 \cdot (1+\varepsilon)^2 \cdot T_{\mathrm{p}}\,, \tag{4-13}$$

$$I_{\mathrm{L2}}^2 = I_0^2 \cdot (T - T_{\mathrm{p}}) = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\mathrm{p}}} - 1\right) = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1\right). \tag{4-14}$$

Gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora

Gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora tijekom jedne periode valnog oblika struje prikazane na slici 3.3. sastoje se od gubitaka u bateriji i superkondenzatoru. Sukladno tome, ukupni gubici u pasivnom hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora dani su izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{HBSS}}(0,T) = E_{\mathrm{B}}(0,T) + E_{\mathrm{SC}}(0,T)\,, \tag{4-15}$$

gdje su: $E_{\mathrm{B}}(0,T)$ gubici tijekom jedne periode T u bateriji kao komponente HBSSa, $E_{\mathrm{SC}}(0,T)$ gubici tijekom jedne periode T u superkondenzatoru kao komponente HBSSa.

Gubici u bateriji tijekom jedne periode mogu se definirati kao [15]:

$$E_{\mathrm{B}}(0,T) = E_{\mathrm{B}}(0,T_{\mathrm{p}}) + E_{\mathrm{B}}(T_{\mathrm{p}},T)\,, \tag{4-16}$$

gdje su gubici u bateriji od trenutka $t = 0$ do trenutka $t = T_{\mathrm{p}}$ određeni izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{B}}(0,T_{\mathrm{p}}) = R_{\mathrm{B}} \cdot \int_{0}^{T_{\mathrm{p}}} i_{\mathrm{B1}}^2 \mathrm{d}t = R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{B1}}^2 , \tag{4-17}$$

a gubici u bateriji od trenutka $t = 0$ do trenutka $t = T_{\mathrm{p}}$ određeni izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{B}}(T_{\mathrm{p}},T) = R_{\mathrm{B}} \cdot \int_{T_{\mathrm{p}}}^{T} i_{\mathrm{B2}}^2 \mathrm{d}t = R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{B2}}^2 . \tag{4-18}$$

Gubici u superkondenzatoru tijekom jedne periode mogu se definirati kao [15]:

$$E_{\mathrm{SC}}(0,T) = E_{\mathrm{SC}}(0,T_{\mathrm{p}}) + E_{\mathrm{SC}}(T_{\mathrm{p}},T) , \tag{4-19}$$

gdje su gubici u superkondenzatoru od trenutka $t = 0$ do trenutka $t = T_{\mathrm{p}}$ određeni izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{SC}}(0,T_{\mathrm{p}}) = R_{\mathrm{C}} \cdot \int_{0}^{T_{\mathrm{p}}} i_{\mathrm{C1}}^2 \mathrm{d}t = R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C1}}^2 , \tag{4-20}$$

a gubici u superkondenzatoru od trenutka $t = 0$ do trenutka $t = T_{\mathrm{p}}$ određeni izrazom [15]:

$$E_{\mathrm{SC}}(T_{\mathrm{p}},T) = R_{\mathrm{C}} \cdot \int_{T_{\mathrm{p}}}^{T} i_{\mathrm{C2}}^2 \mathrm{d}t = R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C2}}^2 . \tag{4-21}$$

Rješenja integrala označena sa I_{B1}^2, I_{B2}^2, I_{C1}^2 i I_{C2}^2 glase [15]:

$$I_{\mathrm{B1}}^2 = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot \left[\begin{array}{l} (1+\varepsilon)^2 - 2 \cdot \varepsilon \cdot (1+\varepsilon) \cdot K \cdot \left(\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha}\right) + \\ + \varepsilon^2 \cdot K^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-2\alpha}\right) \end{array} \right], \tag{4-22}$$

$$I_{\mathrm{B2}}^2 = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot \left[\begin{array}{l} \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + 2\varepsilon K \alpha \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{1-\beta}{\beta}\alpha}\right) + \\ + (\varepsilon \cdot K)^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha}\right)^2 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-2\frac{1-\beta}{\beta}\alpha}\right) \end{array} \right], \tag{4-23}$$

$$I_{\mathrm{C1}}^2 = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot (\varepsilon \cdot K)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-2\alpha}\right), \tag{4-24}$$

$$I_{\mathrm{C2}}^2 = I_0^2 \cdot T_{\mathrm{p}} \cdot (\varepsilon \cdot K)^2 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-2\alpha\frac{1-\beta}{\beta}}\right). \tag{4-25}$$

Uvrštavanjem odgovarajućih rješenja integrala u izraz (4-1) dobiva se parametriziran (parametrima α, β i ε) izraz za odnos gubitaka u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora u odnosu na gubitke u bateriji kada je ona samostalna izvor napajanja (SABS) [15]:

$$\frac{E_{\mathrm{HBSS}}(0,T)}{E_{\mathrm{SABS}}(0,T)} = \frac{R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{B1}}^2 + R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{B2}}^2 + R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C1}}^2 + R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C2}}^2}{R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{L1}}^2 + R_{\mathrm{B}} \cdot I_{\mathrm{L2}}^2}. \tag{4-26}$$

Granice valjanosti izraza za energetsku učinkovitost

Početna pretpostavka prije izvoda svih izraza bila je ta da je trajanje strujnog pulsa T_{p} relativno kratko u odnosu na periodu T, odnosno da se po završetku strujnog pulsa u vremenskom intervalu $T - T_{\mathrm{p}}$ kondenzator stigne ponovno napuniti.

Sukladno navedenom, te s obzirom da vrijeme koje je potrebno da se superkondenzator ponovno nabije na 99 % vrijednosti napona u ustaljenom stanju odgovara pet vremenski konstanti, vrijedi uvjet [15]:

$$T - T_{\mathrm{p}} \geq 5 \cdot \tau \,. \tag{4-27}$$

Kako je prema (4-4) $T = T_{\mathrm{p}} / \beta$, prethodni izraz može se napisati u obliku [15]:

$$T_{\mathrm{p}} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \geq 5 \cdot \tau \tag{4-28}$$

Odnosno, u obliku [15]:

$$\left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \geq 5 \cdot \frac{\tau}{T_{\mathrm{p}}} \,. \tag{4-29}$$

Kako je prema (4-3) $\alpha = T_{\mathrm{p}} / \tau$, prethodni izraz može se napisati u obliku [15]:

$$\left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \geq 5 \cdot \frac{1}{\alpha} \,, \tag{4-30}$$

$$\alpha \geq 5 \cdot \frac{\beta}{1-\beta} \,. \tag{4-31}$$

Ukoliko se usvoji da je trajanje strujnog pulsa T_p manje od jedne desetine periode T, tj. faktor $\beta \leq 0.1$ zbog lakšeg simuliranja energetske učinkovitosti mogu se tablično prikazati vrijednosti faktora α kojime su zadovoljene prethodne jednadžbe (Tablica 4.1. [15]).

Tablica 4.1. Faktor β i dozvoljen iznos faktora α

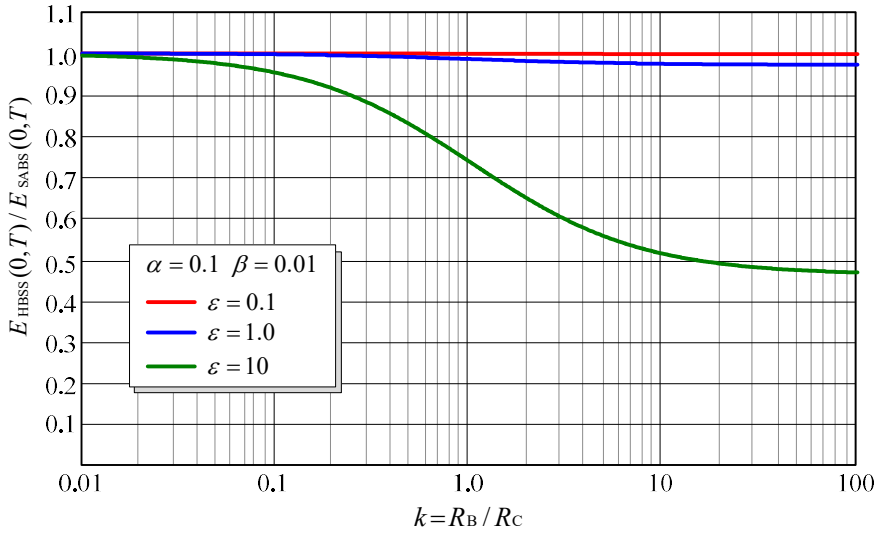
$\beta \leq \frac{1}{10}$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$\alpha \geq 5 \cdot \frac{\beta}{1-\beta}$	0.051	0.102	0.155	0.208	0.263

Tablica 4.1. Faktor β i dozvoljen iznos faktora α, nastavak

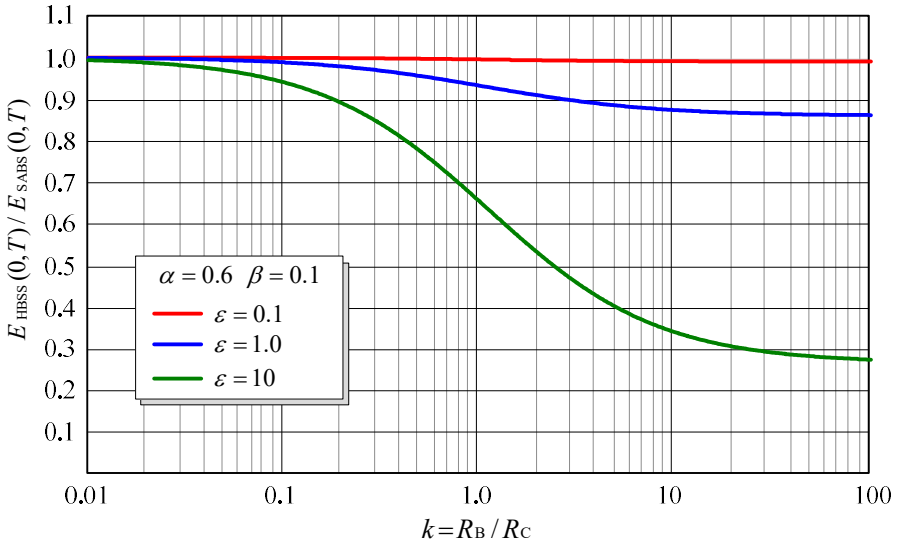
$\beta \leq \frac{1}{10}$	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
$\alpha \geq 5 \cdot \frac{\beta}{1-\beta}$	0.319	0.376	0.435	0.495	0.556

4.2 Numerički izračuni energetske učinkovitosti

Uvažavajući granice valjanosti izraza za energetsku učinkovitost proveden je numerički izračun energetske učinkovitosti HBSSa u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom (SABS). Grafički prikazi numeričkih izračuna prikazani su na slici 4.1 [15] i slici 4.2. [15].



Slika 4.1. Odnos gubitaka u HBSSu u odnosu na gubitke u sistemu napajanja realiziranog samo sa baterijom. Izračun za α=0.1, β=0.01, uz varijaciju parametra ε.



Slika 4.2. Odnos gubitaka u HBSSu u odnosu na gubitke u sistemu napajanja realiziranog samo sa baterijom. Izračun za α=0.6, β=0.1, uz varijaciju parametra ε.

4.3 Diskusija i analiza rezultata

Numerički izračun energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora (HBSSa) u odnosu na sustav napajanja realiziranog samo sa baterijom (SABS), pri dinamičkom opterećenju, provedeno je za raspon parametra k od 0,01 do 100. Ovako širok raspon parametra k nema praktičnu važnost, jer bi njime bili obuhvaćeni vrlo ekstremni slučajevi kao što su velika baterija i mali superkondenzator ($k = 0,01$), i obrnuto, mala baterija i veliki superkondenzator ($k = 100$). Razlog zbog kojeg je odabran ovako širok raspon parametra k je isključivo zbog teorijskih razmatranja. Naime, zahvaljujući ovako širokom rasponu parametra k grafički je moguće utvrditi asimptotsko vladanje krivulja kojima je opisana energetska učinkovitost HBSSa u odnosu na SABS, odnosno granične vrijednosti prema kojima one konvergiraju za male i velike iznose parametra k.

Za očekivati je da u slučaju kada je dinamičko opterećenje takvo da je u njemu vrlo mali udio dinamičke komponente struje da će gubici u HBSSu biti podjednaki kao i da je sustav napajanja realiziran samo sa baterijom (SABS), odnosno da HBSS neće biti energetski učinkovitiji od SABS. Navedeno se može opaziti praćenjem crvenih krivulja na slici 4.1. i slici 4.2. Prema slici 4.1. i slici 4.2., kada dinamičko opterećenje takvo da je u njemu vrlo mali udio dinamičke komponente struje, tj. za $\varepsilon = I_{\mathrm{p}} / I_0 = 0,1$, omjer gubitaka $E_{\mathrm{HBSS}}(0,T) / E_{\mathrm{SABS}}(0,T)$ je približno jednak jedan, odnosno u smislu energetske učinkovitosti HBSS nema nikakve prednosti u odnosu na SABS.

Također, za očekivati je da kako se udio dinamičke komponente struje bude povećavao u ukupnoj struji da će se smanjivati gubici u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora u odnosnu na sustav napajanja realiziran samo sa baterijom. Navedeno se može potvrditi praćenjem plavih i zelenih krivulja na slici 4.1. i slici 4.2. Prema slici 4.1. i slici 4.2., kada dinamičko opterećenje takvo da je u njemu udio dinamičke komponente struje takav da je $\varepsilon = I_{\mathrm{p}} / I_0 = 1,0$, već se može opaziti povećanje energetske učinkovitosti HBSSa u odnosu na SABS. Iako se prema plavim krivuljama na slici 4.1. i slici 4.2 opaža povećanje energetske učinkovitosti HBSSa u odnosu na SABS, ono je još uvijek vrlo maleno na slici 4.1 spram slike 4.2 zbog vrlo kratkog trajanja strujnog pulsa (malen β). Usporedbom plavih krivulja na slici 4.1. i slici 4.2 opaža se trend prema kojemu povećanje trajanja strujnog pulsa povećava energetsku učinkovitost HBSSa.

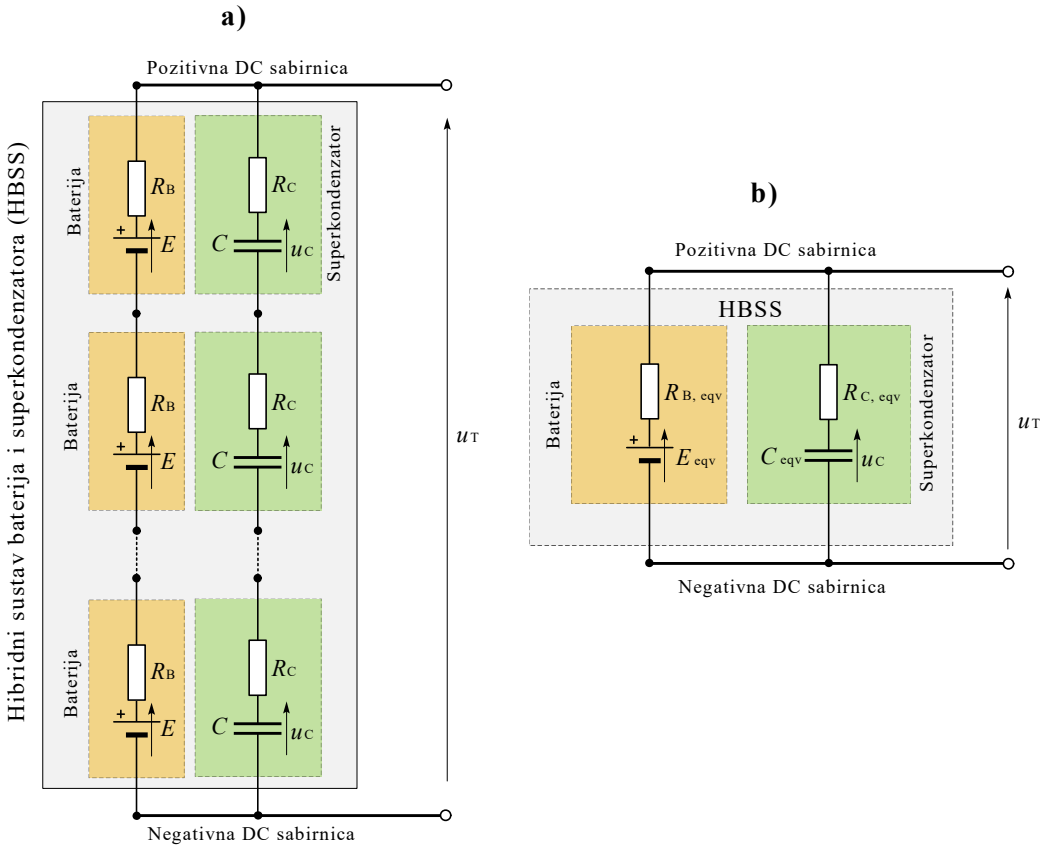
S obzirom da udio efektivne vrijednosti dinamičke komponente struje u ukupnoj struji tereta ovisi istovremeno o omjeru $\varepsilon = I_p / I_0$ i trajanju pravokutnog strujnog pulsa $\beta = T_p / T$, za očekivati je da će se istovremeno povećanje obje vrijednosti pogodno odraziti na smanjenje omjera $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$. Navedeno se može opaziti praćenjem zelenih krivulja na slici 4.1. i slici 4.2, prema kojima je došlo do znatnog smanjenja omjera $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$.

Praćenjem zelenih krivulja na slici 4.1. i slici 4.2 u širokom rasponu promjene parametra k, može se opaziti da one imaju izraženo asimptotsko vladanje s obzirom na male i velike vrijednosti parametra k. Odnosno kada parametar k teži ka malim i velikim vrijednostima parametra k zelene krivulje postaju horizontalne, odnosno konvergiraju ka konstantnim iznosima omjera $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$. Za opaženo vladanje postoje fizikalni razlozi. Naime, postoji fizikalno ograničenje koliko se mogu smanjiti gubici u HBSSu, što se odražava na omjer $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$. Zbog navedenog, kao bi se pokazalo da krivulje kojima je opisana promjena omjera $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$ u funkciji parametra k imaju asimptotsko vladanje odabran je širok raspon parametra k od 0,01 do 100.

Raspon parametra k koji je od praktičnog značaja je određen time da superkondenzator ima jednak ili manji unutarnji otpor od baterije što odgovara kada je k>1, pa sve do približno $k \approx 10$. U rasponu parametra k od 1 do približno 10 ($1 \le k \le 10$), promjenom parametra k znatno se mijenja omjer $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$, za veće vrijednosti od $k \approx 10$ zelene krivulje imaju vrlo izraženo asimptotsko vladanje, odnosno pokazuju zasićenje porastom parametra k, te se ulaganje u veći superkondenzator s manjim unutarnjim otporom slabo odražava na promjenu omjera $E_{HBSS}(0,T)/E_{SABS}(0,T)$ što iz tehno-ekonomskih razloga nije poželjno. Zbog navedenog, samo raspon parametra k od 1 do približno 10 ($1 \le k \le 10$) je iz tehno-ekonomske perspektive opravdan. Prikazani rezultati su u skladu s rezultatima u literaturi [26, 40]. Međutim, kao što je pokazano, predstavljen pristup u ovom radu je pogodniji za interpretaciju rezultata i teorijska razmatranja. Također, ***predstavljen pristup rezultirao je sa pronalaskom prema kojemu postoji interval parametra k koji je optimalan za dizajniranje HBSS-a iz tehno-ekonomskog aspekta***. Sve navedeno doprinosi praksi dizajniranja pasivnog HBSSa iz tehno-ekonomskog aspekta [53-55].

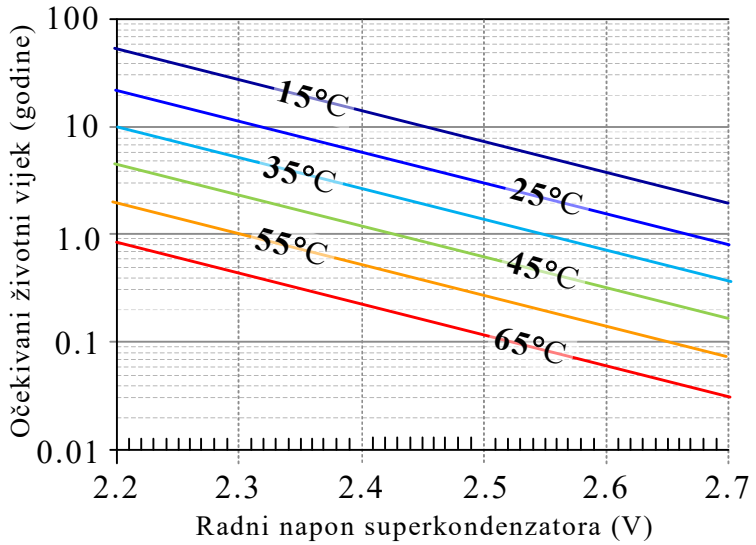
5. UJEDNAČIVAČI NAPONA NA SUPERKONDEZATORIMA

Nazivni napon superkondenzatora ovisi o kemijskom sastavu elektrolita [7-10], te se tipično nalazi u rasponu od 2,5 V do 3,0 V [7-10]. Takav radni napon odgovarajući je u aplikacijama koje zahtijevaju malu električnu snagu. U aplikacijama koje zahtijevaju veliku električnu snagu koristi se radni napon je nekoliko redova veličine veći od nazivnog napona superkondenzatora. Zbog navedenog, u takvim aplikacijama potrebno je serijski spajati superkondenzatore (ćelije) kako bi se postigao odgovarajući radni napon [56-60]. Na slici 5.1.a prikazan je primjer pasivnog HBSS-a načinjenog od n serijski spojenih ćelija baterija i m serijski spojenih ćelija superkondenzatora te njegova pojednostavljena ekvivalentna shema slika 5.1.b.



Slika 5.1. Pasivni HBSS a) načinjen od n serijski spojenih ćelija baterija i m serijski spojenih ćelija superkondenzatora b) ekvivalentna shema

Nakon što se odrede iznosi elemenata mreža u ekvivalentnoj shemi pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora prikazanoj na slici 5.1b za nju vrijedi sve navedeno u prethodnim poglavljima. Iznosi elemenata mreža u ekvivalentnoj shemi pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora prikazanoj na slici 5.1b. se jednostavno određuju. Ekvivalentna elektromotorna sila i ekvivalentni otpor svih baterija glase: $E_{\text{eqv}} = n \cdot E$, $R_{\text{B, eqv}} = n \cdot R_{\text{B}}$, gdje je n broj baterija u serijskom spoju. Ekvivalentni kapacitet i ekvivalentni otpor svih superkondenzatora glase: $C_{\text{eqv}} = C / m$, $R_{\text{C, eqv}} = m \cdot R_{\text{C}}$, gdje je: m broj superkondenzatora u serijskom spoju. Međutim, zbog rasipanja parametara superkondenzatora, napon duž serijskog spoja superkondenzatora neće biti jednolik po superkondenzatorima [16]. Na nekim superkondenzatorima napon će biti viši od predviđenog, a na drugim niži. S obzirom da je očekivani životni vijek superkondenzatora ovisan o radnom naponu (Slika 5.2 [16]), superkondenzatori na kojima je napon viši od prosjeka napona svih superkondenzatora u serijskom spoju imati će kraći životni vijek od superkondenzatora na kojima je radni napon niži od prosjeka napona svih superkondenzatora u serijskom spoju. Stoga nejednolika raspodjela napona smanjuje životni vijek cijelog serijskog spoja, tj. povećava vjerojatnost njegova kvara.



Slika 5.2. Očekivani životni vijek superkondenzatora u ovisnosti o radnom naponu superkondenzatora i temperaturi superkondenzatora

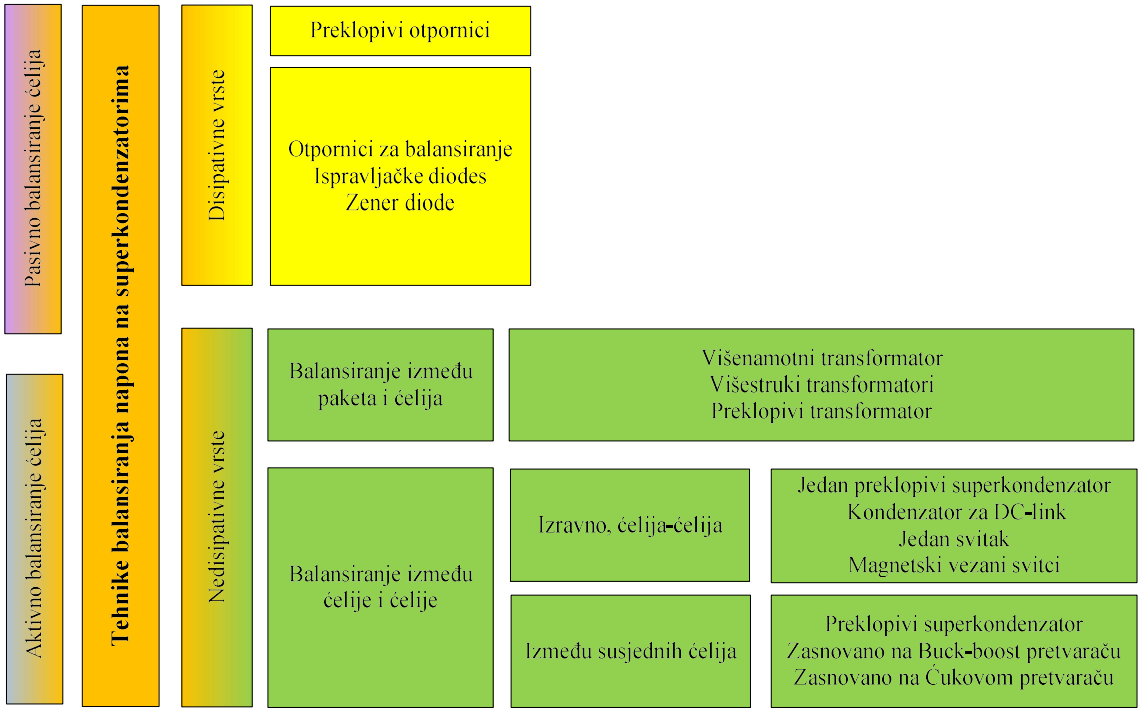
Drugi, također nepovoljan slučaj koji se može dogoditi je da napon na pojedinim ćelijama poprimi tako visok iznos koji izaziva elektrolizu elektrolita te nepovratno oštećenje superkondenzatora [7-10, 16, 61]. S obzirom da su superkondenzatori serijski spojeni, kvar i samo jedne ćelije odgovara kvaru cijelog serijskog spoja. Kako bi se navedeno izbjeglo, potrebno je ujednačiti napone svih superkondenzatora duž njihova serijskog spoja. U tu svrhu koriste se spojevi koji se nazivaju izjednačivači, ujednačivači, ujednačivala, (u žargonu koriste se i nazivi: ekvilizatori, balanseri) napona [62-66].

Ujednačivači napona imaju različite topologije, složenost, energetsku učinkovitost, statičke i dinamičke performanse procesa balansrianja. U ovom radu posebna pažnja biti će posvećena ujednačivaču napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora. U svrhu analize utjecaja parametara Kirchhoffovog modela sustava i frekvencije preklapanja na ujednačenost napona duž serijskog spoja superkondenzatora, postupak ujednačavanja napona preklapanjem superkondenzatora biti će predstavljen kao Markovljev lanac. Upotrebom Markovljevih lanaca izbjegnuto je numeričko rješavanje diferencijalnih jednadžbi kojima su opisane prijelazne pojave koje se odvijaju u sistemu između svakog pojedinog preklapanja superkondenzatora. Zbog navedenog, predstavljanje postupaka ujednačavanja napona preklapanjem superkondenzatora kao Markovljevog lanaca može se okarakterizirati kao novi i efikasni pristup u analizi utjecaja parametara Kirchhoffovog modela ujednačivala napona na stupanj ujednačenosti napona duž serijskog spoja superkondenzatora.

5.1 Tehnike ujednačivanja (balansiranja) napona na superkondenzatorima

Ujednačivanje napona duž serijskog spoja superkondenzatora može se ostvariti različitim tehnikama. U literaturi se ustalilo nekoliko načina klasifikacije tehnika izjednačivanja napona na superkondenzatorima. Jedna od uobičajenih klasifikacija tehnika za ujednačivanje (balansiranje) napona na superkondenzatorima prikazana je na slici 3.3 (kompilacija iz [62-66])

Ukoliko se elektroničkim sklopovima nadzire napon na superkondenzatorima te sukladno izmjerenim vrijednostima napona provodi ujednačavanje napona tada se takve tehnike nazivaju aktivne tehnike balansiranja napona [67, 68]. U suprotnom, ukoliko se ne koriste sklopovi kojima se nadzire napon na superkondenzatorima, tada se takve tehnike ujednačavanja (balansiranja) napona na superkondenzatora nazivaju pasivnim tehnikama.



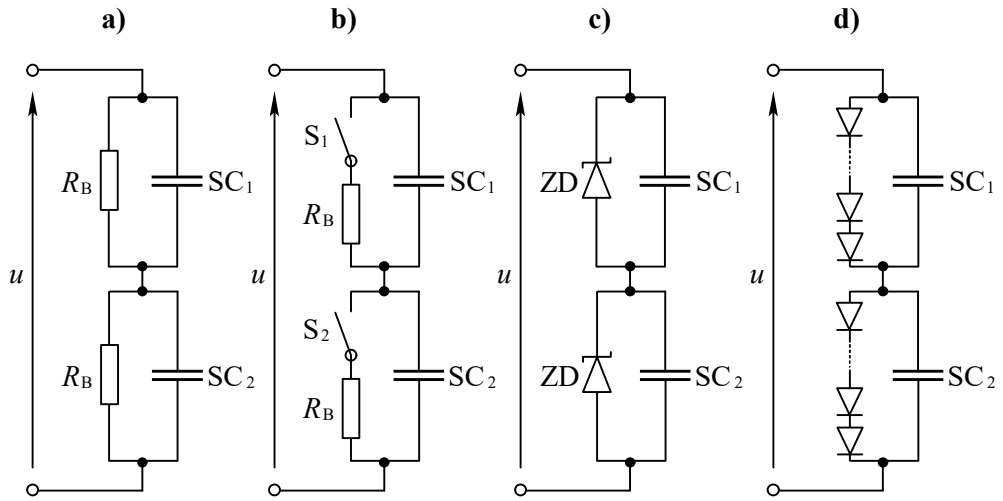
Slika 5.3. Tehnike ujednačivanja napona (balansiranja napona) na superkondenzatorima

Sljedeća, vrlo jednostavna podjela tehnika ujednačivanja (balansiranja) napona na superkondenzatorima je s obzirom na koji način se postupa s ekscesnim nabojem na superkondenzatorima koji su prepunjeni. U osnovi, ekscesni naboj iz prepunjenih superkondenzatora može se odvesti ka izvoru kao što su baterija i pojna mreža, na podnapunjene superkondenzatore ili na disipativne komponente kao što su otpornici ili diode.

Ukoliko se ekscesni naboj na superkondenzatorskim ćelijama koje su napunjene iznad određene granice odvodi na disipativne komponente na kojima se ta ekscesna energija iz superkondenzatora pretvara u toplinu, tada se te tehnike nazivaju disipativnim tehnikama ujednačivanja napona na ćelijama. Disipativne tehnike ujednačivanja napona koriste jednostavne spojeve kao što je to prikazano na slici 5.4 [16]. Zbog loše energetske učinkovitosti disipativnih tehnika, one se primjenjuju samo u slučajevima gdje je energetska učinkovitost nije od primarne važnosti, nego cijena sklopa za ujednačavanje napona koja treba biti niska.

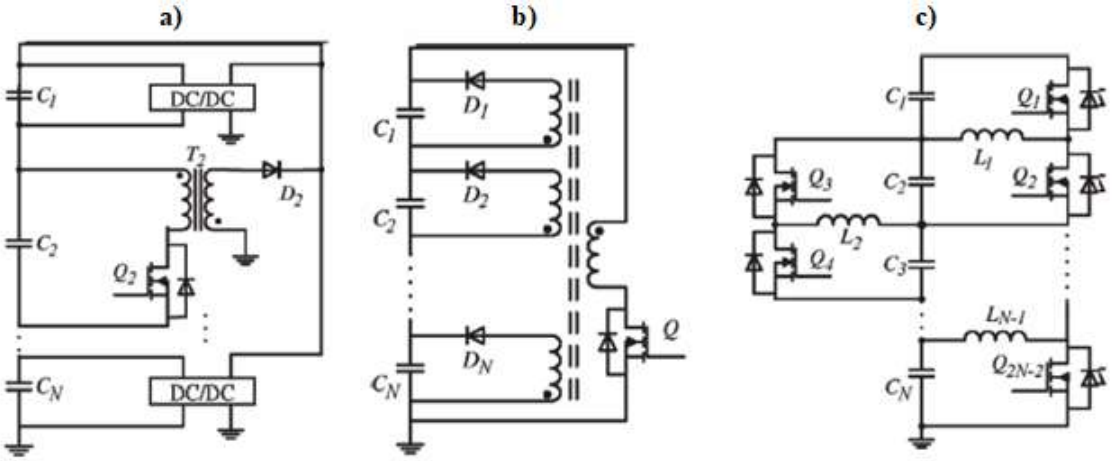
Ukoliko se ekscesni naboj na superkondenzatorskim ćelijama koje su napunjene iznad određene granice odvodi ka izvoru (bateriji ili pojnoj mreži) ili ka superkondenzatorima koji su

podnapunjeni, veći dio energije vezane uz pretakanje ekscesnog naboja iz prenapunjenih superkondenzatora može se iskoristiti. Iako u tom procesu pretakanja energije postoje određeni gubici, relativno su mali te se govori o nedisipativnim tehnikama ujednačivanja napona.



Slika 5.4 Disipativne tehnike izjednačivanja napona na superkondenzatorima, a) otpornicima, b) preklopivim otpornicima, c) zener diodama, d) ispravljačkim diodama

U klasu nedisipativnih tehnika ujednačivanja napona spadaju i tehnike koje sprečavaju znatniju neujednačenosti napona duž serijskog spoja superkondenzatora od samoga početka napajanja serijskog spoja superkondenzatora. To se postiže na način da je svaki pojedini superkondenzator dodatno napajan jednakim DC naponom. Pri tome kroz to dodatno napajanje teče manja snaga nego li što teče kroz serijski spoj superkondenzatora. U tu svrhu mogu se koristiti DC/DC pretvarači (Slika 5.5a [69]) ili višenamotni transformatori sa ispravljačkim diodama na sekundarnoj strani (Slika 5.5b [69]). Na slici 5.5 [69] prikazani odabrani primjeri jednostavnijih nedisipativnih tehnika ujednačivanja napona na superkondenzatorima.

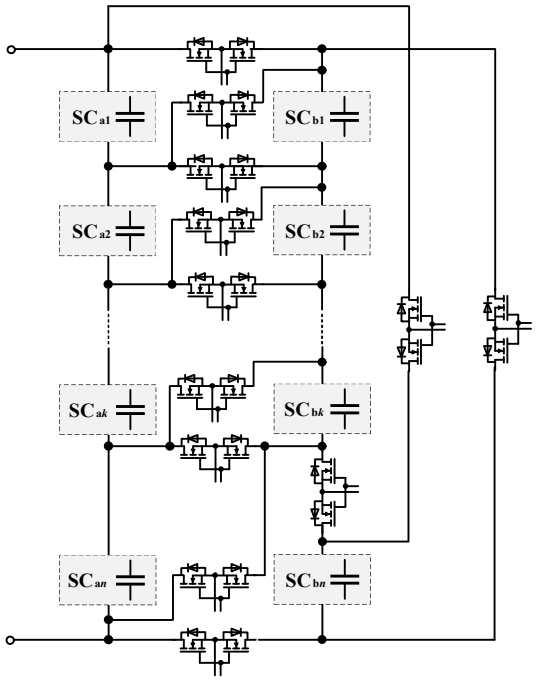


Slika 5.5. Odabrani primjeri nedisipativnih tehnika ujednačivanja napona na superkondenzatorima, a) tehnika zasnovana na "flyback" pretvaraču, b) tehnika zasnovana na višenamotnom transformatoru i "flyback" pretvaraču, c) tehnika zasnovana na "Buck-boost

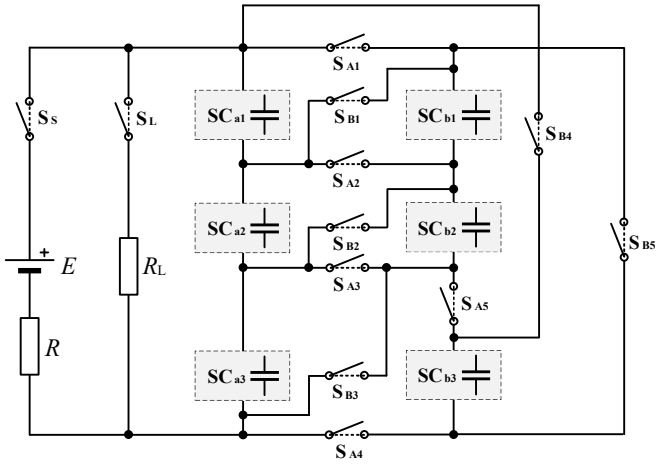
5.2 Ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora

Trend po kojemu se nastoji izbjeći korištenje magnetskih komponenti u sklopovima za izjednačavanje napona duž serijskih spojeva superkondenzatora rezultirao je sa različitim tehnikama preklapanja superkondenzatora pomoću poluvodičkih sklopki [69-75]. Jedan od načina na koji se izjednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora može se realizirati je na način kako je to prikazano slikom 5.6 (prilagođena iz [69]). Ova vrsta izjednačivača napona koristi parni broj superkondenzatora. Superkondenzatori su podijeljeni u dvije skupine, jedna skupina nazvana je skupinom „a" i u njoj se nalazi *n* superkondenzatora, druga skupina na zvana je skupinom „b" i u njoj se nalazi *n* superkondenzatora, odnosno jednak broj superkondenzatora kao u skupini „a". Obje skupine superkondenzatora spojene su na zajedničko DC napajanje. U određenom trenutku, svaki pojedini superkondenzator iz skupine „a" spojen je paralelno samo sa jednim superkondenzatorom iz skupine „b". Preklapanje superkondenzatora obavlja se pomoću poluvodičkih sklopki koje se nazivaju dvosmjerne MOSFET sklopke (engl. *bidirectional MOSFET switches*) jer omogućavaju tok struje u oba smjera. Predstavljanjem poluvodičkih dvosmjernih MOSFET sklopki sa općim simbolom sklopke dobiva se jednostavniji grafički prikaz izjednačivača napona zasnovanog na preklapanju superkondenzatora koji će dalje poslužiti za opis njegova rada (Slika 5.7 prilagođena iz [69]).

Na slici 3.7 prikazana je i grana s izvorom predstavljena ekvivalentom elektromotornom silom (E) i ekvivalentnim serijskim otporom (R), te grana s teretom, predstavljena otporom tereta (R_L), gdje indeks „L“ dolazi od engleske riječi *load* što znači teret.

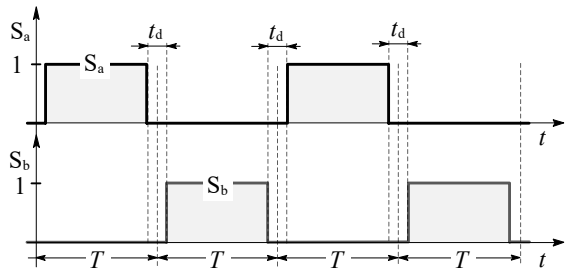


Slika 5.6 Ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora.



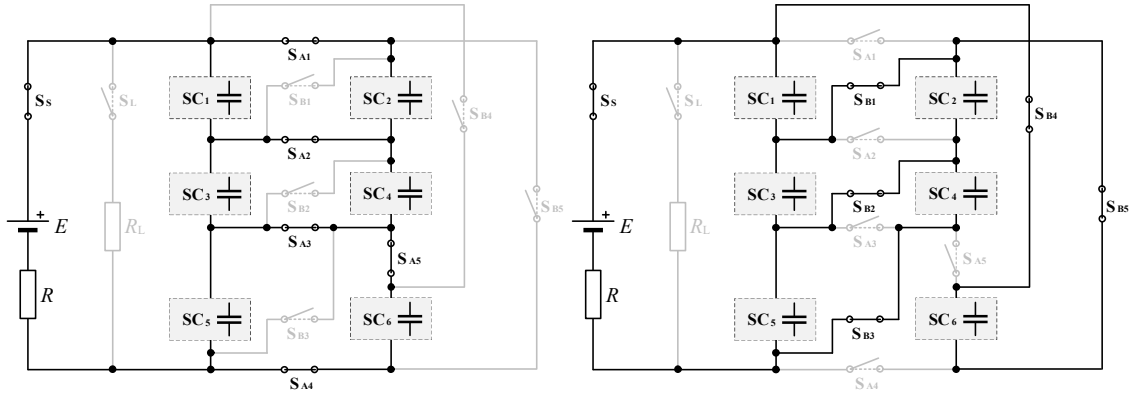
Slika 5.7 Pojednostavljen prikaz ujednačivača napona zasnovanog na preklapanju superkondenzatora.

Sklopke se također mogu podijeliti u dvije skupine („a“ i „b“). Kada su sklopke iz skupine „a“ uklopljene, tada su sklopke iz skupine „b“ isklopljene, i obrnuto. Ukratko, sklopke iz skupine „a“ uvijek imaju suprotno sklopno stanje od sklopki iz skupine „b“ (Slika 5.8 [69,76,77]).



Slika 5.8. Slijed sklopnih radnji između skupa sklopki Sa i Sb, *T*- period uklopa/isklopa, td- vremensko kašnjenje kako bi se izbjeglo preklapanje

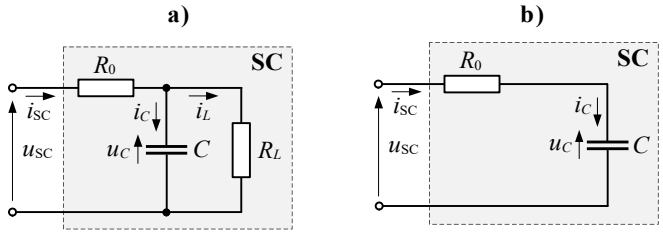
Kako bi se izbjeglo nehotično preklapanje rada sklopki iz skupine „a“ sa sklopkama iz skupine „b“, pri generiranju upravljačkog signala kojime se upravlja radom dvosmjernih sklopki potrebno je uvesti vremensko kašnjenje (zatezanje). Na slici 5.8 (prilagođena iz [69]) vremensko kašnjenje označeno je sa t_d (indeks „d“ dolazi od engleske riječi *delay* što znači kašnjenje).



Slika 5.9. Prikaz ožičenja za slučajeve kada je skup sklopki „Sa“ uklopljen, a skup sklopki „Sb“ isklopljen i obrnuto

5.3 Matematički opis ujednačavanja napona

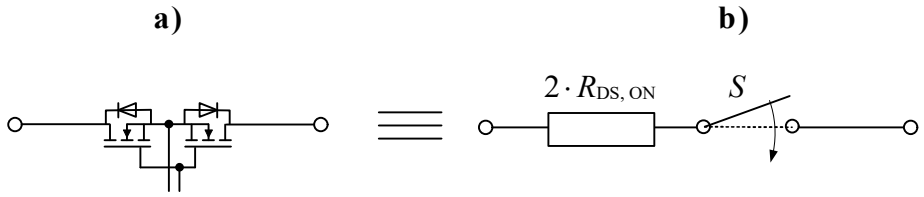
Za izgradnju odgovarajućeg mrežnog (Kirchhoffovog) modela kojime se može opisati proces ujednačavanja napona između dvaju superkondenzatora s različitim početnim naponima potrebno je izabrati odgovarajući mrežni model superkondenzatora i poluvodičke MOSFET sklopke. Najjednostavnija ekvivalentna shema superkondenzatora kojom su uvažena njegova dominantna svojstva prikazana je na slici 5.10a [7-10].



Slika 5.10. Ekvivalentne sheme superkondenzatora, a) shema prikladan za vrlo spore promjene kada je važno uvažiti samopražnjenje, b) za brze promjene

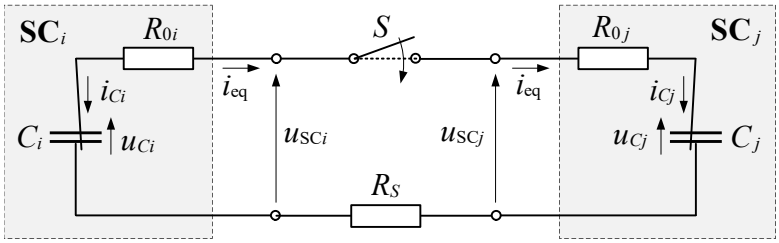
U shemi prikazanoj na slici 3.10a, elementi mreža imaju značenja: R_0 - ekvivalentni serijski otpor superkondenzatora, C - kapacitet superkondenzatora, R_{L} - otpor kojim je modelirano samopražnjenje tj. propuštanje struje (indeks „L“ dolazi od engleske riječi *leakage* što označi propuštanje). U određenim slučajevima, na primjer kada se modeliraju brze prijelazne pojave nije potrebno uvažavati samopražnjenje superkondenzatora te se može koristi jednostavni model superkondenzatora prikazan na slici 5.10b. Takav slučaj nastupa pri modeliranju procesa ujednačavanja napona između dvaju superkondenzatora s različitim početnim naponima. Naime, trajanje prijelazne pojave ujednačavanja napona nekoliko redova veličine neusporedivo kraće od trajanja procesa samopražnjenja. Stoga se samopražnjenje tijekom trajanja prijelazne pojave ujednačavanja napona može zanemariti.

Kada je upravljački napon (napon u_{GS}) na MOSFETu takav da je kanal MOSFETa potpuno otvoren tj. MOSFET vodljiv, tada električni otpor protjecanju struje odgovara otporu $R_{\mathrm{DS,\,ON}}$ koji se očitava iz tehničkih podataka proizvođača za dani MOSFET. S obzirom da je dvosmjerna poluvodička sklopka načinjena od dva identična MOSFETA, ta njezin otpor odgovara dvostrukoj vrijednosti otpora $R_{\mathrm{DS,\,ON}}$ (Slika 5.11).



Slika 5.11. a) Dvosmjerna poluvodička MOSFET sklopka b) model dvosmjerne poluvodičke MOSFET sklopke

Korištenjem modela superkondenzatora prikazanog na slici 5.10b, i modela dvosmjerne poluvodičke MOSFET sklopke prikazane na slici 5.11b dobiva se ekvivalentna Kirchhoffova shema dvaju superkondenzatora i jednog para dvosmjernih poluvodičkih MOSFET kako je prikazano na slici 5.12.



Slika 5.12. Ekvivalentna Kirchhoffova shema dvaju superkondenzatora i para dvosmjernih poluvodičkih MOSFET sklopki predstavljenih idealnom sklopkom i otporom R_{S}

Gdje je: R_{0i} - ekvivalentni serijski otpor i-tog superkondenzatora, R_{0j} - ekvivalentni serijski otpor j-tog superkondenzatora, C_i - kapacitet i-tog superkondenzatora (SC_i), C_j - kapacitet j-tog superkondenzatora (SC_j), R_{S} - ekvivalentni otpor jednog para (četiri MOSFETA) dvosmjernih poluvodičkih sklopki ($R_{\mathrm{S}} = 4 \cdot R_{\mathrm{DS,\,ON}}$), S - idealna sklopka, i_{eq} - struja izjednačavanja (indeks eq dolazi od engleske riječi *equilibrium* što znači izjednačavanje), u_{Ci} - napon na i-tom superkondenzatoru (SC_i), napon na j-tom superkondenzatoru (SC_j).

Prema shemi prikazanoj na slici 5.12. nakon uklopa sklopke *S*, za svaki $t \geq 0_+$ vrijedi:

$$u_{Ci} - i_{\text{eq}} \cdot R_{\text{eqv}} - u_{Cj} = 0\,, \tag{5-1}$$

$$i_{Ci} = C_i \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t}, \tag{5-2}$$

$$i_{Cj} = C_J \frac{\mathrm{d}u_{Cj}}{\mathrm{d}t}, \tag{5-3}$$

$$i_{\text{eq}} = i_{Cj} = -i_{Ci}\,, \tag{5-4}$$

gdje je R_{eqv} ekvivalentni serijski otpor, a definiran je izrazom: $R_{\text{eqv}} = R_{\text{S}} + 2R_0$.

Kako je $R_{\text{S}} = 4 \cdot R_{\text{DS, ON}}$, vrijedi:

$$R_{\text{eqv}} = 4 \cdot R_{\text{DS, ON}} + 2R_0\,. \tag{5-5}$$

Uvrštavanje (5-4) u (5-1) daje

$$u_{Ci} + i_{Ci} \cdot R_{\text{eqv}} - u_{Cj} = 0\,. \tag{5-6}$$

Uvrštavanje (5-2) u (5-6) daje

$$u_{Ci} + R_{\text{eqv}} C_i \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} - u_{Cj} = 0\,. \tag{5-7}$$

Diferenciranje prethodnog izraza po vremenu daje

$$\frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + R_{\text{eqv}} C_i \frac{\mathrm{d}^2 u_{Ci}}{\mathrm{d}t^2} - \frac{\mathrm{d}u_{Cj}}{\mathrm{d}t} = 0\,. \tag{5-8}$$

Uvrštavanjem izraza (5-2) i izraza (5-3) u izraz (5-4) daje

$$\frac{\mathrm{d}u_{Cj}}{\mathrm{d}t} = -\frac{C_i}{C_j}\frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{5-9}$$

Uvrštavanjem izraza (5-9) u izraz (5-8) daje

$$\frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + R_{\text{eqv}} C_i \frac{\mathrm{d}^2 u_{Ci}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{C_i}{C_j}\frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} = 0\,. \tag{5-10}$$

Daljnje uređivanje prethodnog izraza daje

$$\left(1 + \frac{C_i}{C_j}\right)\frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + R_{\text{eqv}} C_i \frac{\mathrm{d}^2 u_{Ci}}{\mathrm{d}t^2} = 0\,, \tag{5-11}$$

$$R_{\text{eqv}} \frac{C_i C_j}{C_i + C_j}\frac{\mathrm{d}^2 u_{Ci}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} = 0\,. \tag{5-12}$$

Integriranje prethodnog izraza po vremenu daje diferencijalnu jednadžbu prvoga reda

$$R_{\text{eqv}} \frac{C_i C_j}{C_i + C_j} \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + u_{Ci} = 0\,, \tag{5-13}$$

koja se može zapisati u jezgrovitijem obliku na način:

$$\tau_{ij} \cdot \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + u_{Ci} = 0\,, \tag{5-14}$$

gdje je τ_{ij} vremenska konstanta [47], a određena je izrazom

$$\tau_{ij} = R_{\text{eqv}} \frac{C_i C_j}{C_i + C_j}\,, \tag{5-15}$$

U svrhu daljnjeg pojednostavljenja matematičkih izraza može se usvojiti da su kapaciteti i-tog i j-tog superkondenzatora približno jednaki ($C_i \approx C_j$) te da vrijednost njihova kapaciteta odgovara srednjoj vrijednosti kapaciteta ($\overline{C}$) svih superkondenzatora koji se nalaze u izjednačivaču napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora. Sukladno navedenom vrijedi:

$$C_i \approx C_j \approx \overline{C}\,, \tag{5-16}$$

gdje je srednja vrijednost kapaciteta svih $2n$ superkondenzatora koji se nalaze u ujednačivaču određena izrazom:

$$\overline{C} = \frac{1}{2n}\sum_{k=1}^{2n} C_k \,. \tag{5-17}$$

Također može se usvojiti da su ekvivalentni serijski otpori i-tog i j-tog superkondenzatora približno jednaki ($R_{0i} \approx R_{0j}$) te da vrijednost njihova otpora odgovara srednjoj vrijednosti otpora ($\overline{R}_0$) svih superkondenzatora koji se nalaze u ujednačivaču napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora. Sukladno navedenom vrijedi:

$$\overline{R}_0 = \frac{1}{2n}\sum_{k=1}^{2n} R_{0k} \,. \tag{5-18}$$

Uvažavanjem (5-17) i (5-18) te (5-5) proizlazi izraz za najbolju mjeru ekvivalentnog otpora:

$$R_{\text{eqv}} = 4 \cdot R_{\text{DS, ON}} + 2\overline{R}_0 \tag{5-19}$$

Uvažavanjem (5-16) - (5-19), izraz za vremensku konstantu određenu izrazom (5-15) može se zapisati u obliku:

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2} R_{\text{eqv}} \overline{C} \,. \tag{5-20}$$

Kako je $\tau_{ij} = \tau_{ji}$, vremenska konstanta se može zapisivati bez upotrebe indeksa:

$$\tau = \frac{1}{2} R_{\text{eqv}} \overline{C} \,. \tag{5-21}$$

Uvažavanjem (5-14) i (5-21) mogu se u jezgrovitom obliku zapisati diferencijalne jednadžbe kojima su opisane prijelazne pojave promjene napona na i-tom i j-tom superkondenzatoru:

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{Ci}}{\mathrm{d}t} + u_{Ci} = 0\,, \tag{5-22}$$

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}u_{Cj}}{\mathrm{d}t} + u_{Cj} = 0\,. \tag{5-23}$$

Diferencijalne jednadžbe (5-22) i (5-23) imaju opće rješenje u obliku

$$u_{Ci} = \mathrm{A}_i \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{B}_i\,, \tag{5-24}$$

$$u_{Cj} = \mathrm{A}_j \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{B}_j\,. \tag{5-25}$$

Gdje su: A_i, A_j, B_i i B_j nepoznate konstante integracije koje se određuju iz početnih uvjeta. Napon na svakom pojedinom superkondenzatoru može se izraziti u obliku:

$$u_{Ck} = \bar{U} + \Delta u_k\,, \tag{5-26}$$

gdje je Δu_k devijacija napona na k-tom superkondenzatoru u odnosu na srednju vrijednost napona $\bar{U}$ svih $2n$ superkondenzatora koja je određena izrazom:

$$\bar{U} = \frac{1}{2n}\sum_{k=1}^{2n} u_{\mathrm{SC}k} \,. \tag{5-27}$$

Prema zakonu komutacije [47], naponi $u_{\mathrm{SC}k}$ ostaju nepromijenjeni tijekom komutacije, te za prvu komutaciju (izraz (5-28)) i svaku narednu komutaciju (izraz (5-29)) vrijedi:

$$u_{\mathrm{SC}k}(0_-) = u_{\mathrm{SC}k}(0_+) \;\forall k = 1,2,3...n \tag{5-28}$$

$$u_{\mathrm{SC}k}(mT_{\mathrm{s}-}) = u_{\mathrm{SC}k}(mT_{\mathrm{s}+}),\; m = 0,1,2...,\infty \tag{5-29}$$

Gdje *m* označava redni broj sklopne radnje (engl. *switching step*), a T_{s} označava sklopno vrijeme koje je vezano sa frekvencijom sklopnih radnji f_{s} izrazom $T_{\mathrm{s}} = 1/f_{\mathrm{s}}$.

Bez gubitka općenitosti, postupak određivanja nepoznatih konstanti integracija (A_i, A_j, B_i i B_j) biti će prikazan samo za prvu sklopnu radnju, a za svaku narednu sklopnu radnju određuje se analognim postupkom.

Za trenutak $t = 0_+$ iz (5-24) i (5-25) vrijedi:

$$u_{Ci}(0_+) = \mathrm{A}_i + \mathrm{B}_i, \tag{5-30}$$

$$u_{Cj}(0_+) = \mathrm{A}_j + \mathrm{B}_j \,. \tag{5-31}$$

Za $t \to \infty$, odnosno što je ispunjeno kada je $t \geq 5 \cdot \tau$, iz (5-24) i (5-25) proizlazi:

$$u_{Ci}(\infty) = \mathrm{B}_i\,, \tag{5-32}$$

$$u_{Cj}(\infty) = \mathrm{B}_j\,. \tag{5-33}$$

Kombiniranjem izraza (5-30) - (5-33) sa izrazima (5-24) i (5-25) daje:

$$u_{Ci} = \left[u_{Ci}(0_+) - u_{Ci}(\infty)\right]\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_{ij}}} + u_{Ci}(\infty)\,, \tag{5-34}$$

$$u_{Cj} = \left[u_{Cj}(0_+) - u_{Cj}(\infty)\right]\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_{ji}}} + u_{Cj}(\infty)\,. \tag{5-35}$$

Primjenom zakona očuvanja naboja [47], naponi $u_{Ci}(\infty)$ i $u_{Cj}(\infty)$ mogu se izraziti u obliku:

$$u_{Ci}(\infty) = u_{Cj}(\infty) = \frac{1}{2}\left[u_{Ci}(0_+) + u_{Cj}(0_+)\right]. \tag{5-36}$$

Korištenjem izraza (5-26), naponi $u_{Ci}(0_+)$ i $u_{Cj}(0_+)$ mogu se zapisati u obliku:

$$u_{Ci}(0_+) = \bar{U} + \Delta u_{Ci}(0_+)\,, \tag{5-37}$$

$$u_{Cj}(0_+) = \bar{U} + \Delta u_{Cj}(0_+)\,. \tag{5-38}$$

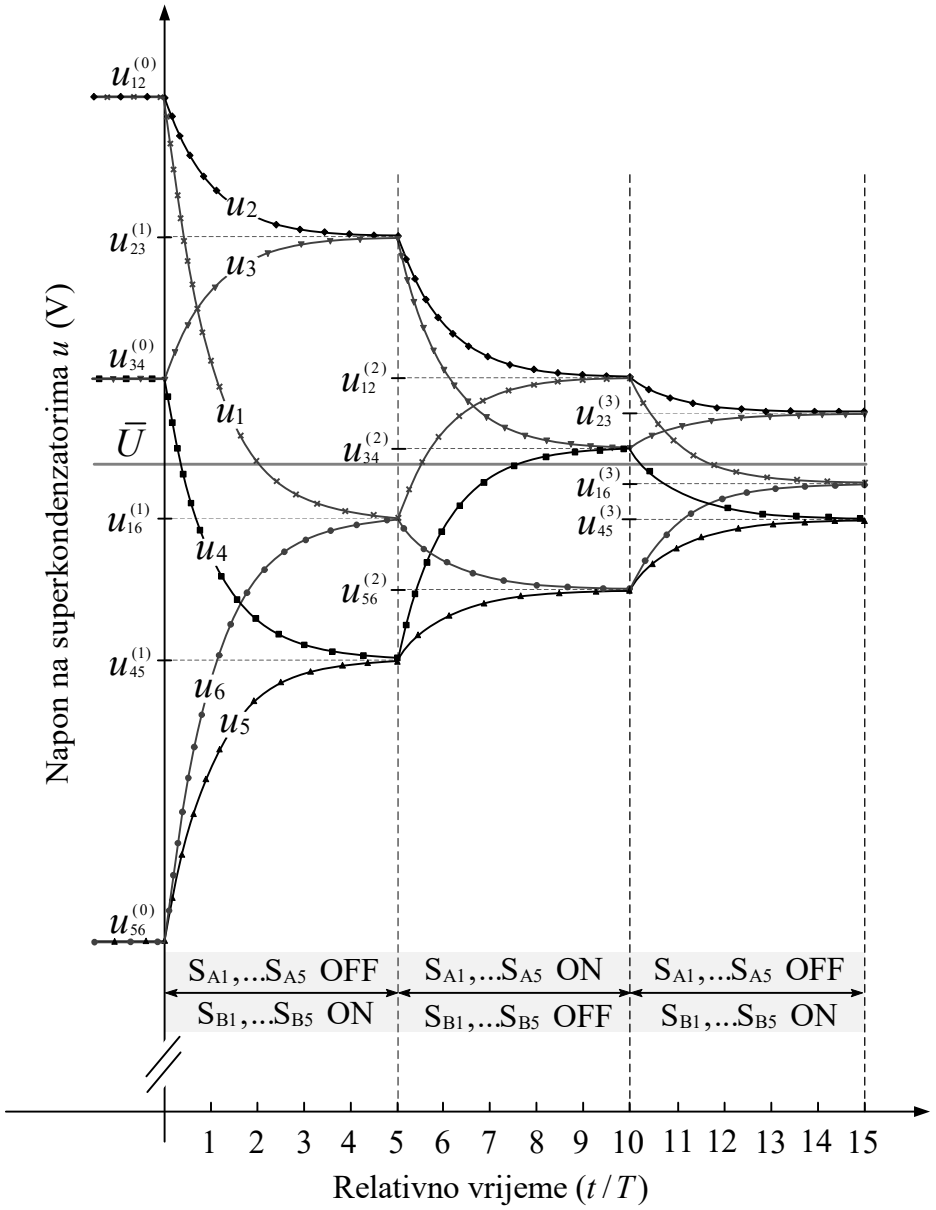
Uvrštavanje prethodna dva izraza u izraz (5-36) daje

$$u_{Ci} = \left[\frac{\Delta u_{Ci}(0_+) - \Delta u_{Cj}(0_+)}{2} \right] \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \overline{U} + \left[\frac{\Delta u_{Ci}(0_+) + \Delta u_{Cj}(0_+)}{2} \right], \tag{5-39}$$

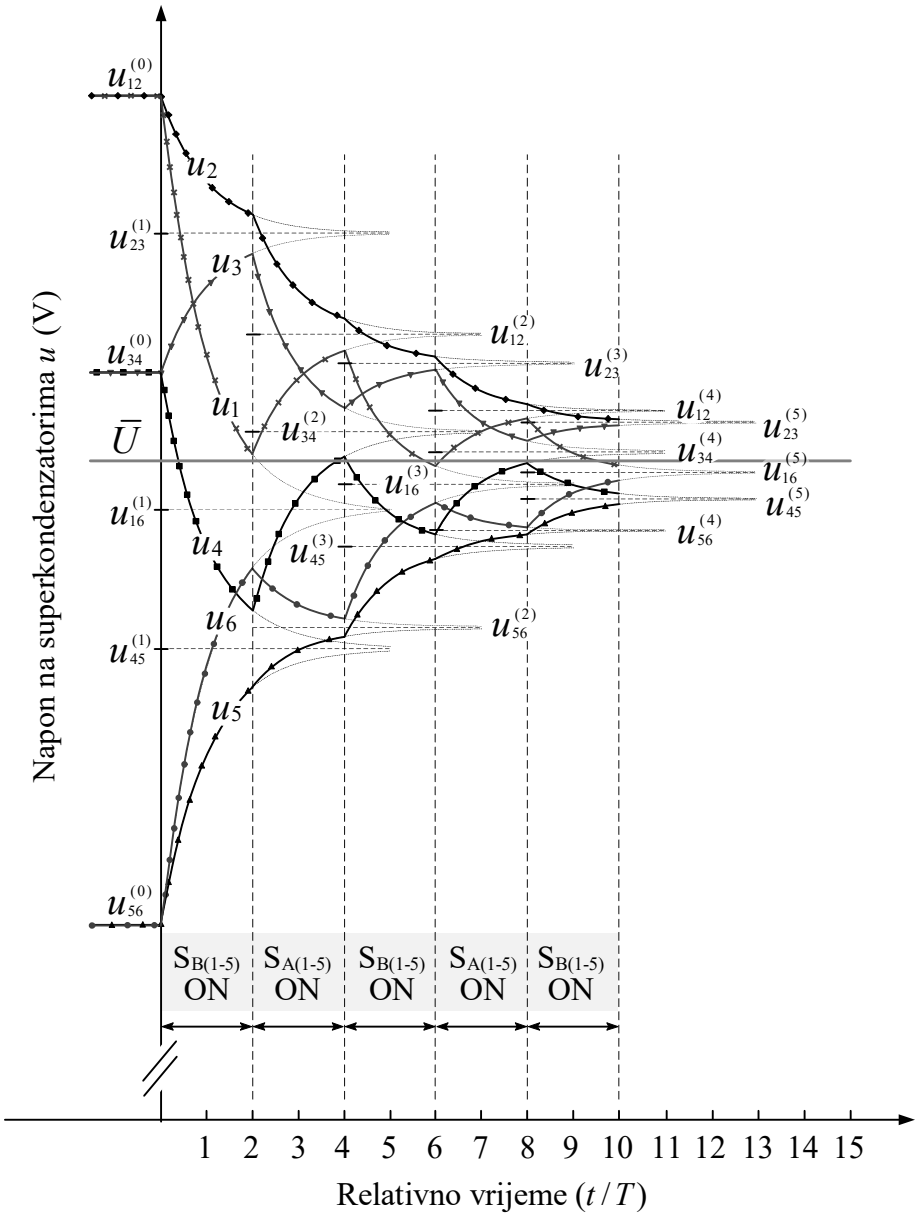
$$u_{Cj} = \left[\frac{\Delta u_{Cj}(0_+) - \Delta u_{Ci}(0_+)}{2} \right] \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \overline{U} + \left[\frac{\Delta u_{Ci}(0_+) + \Delta u_{Cj}(0_+)}{2} \right]. \tag{5-40}$$

Prethodni izrazi su takvom obliku da se mogu koristi i za svaku sljedeću sklopnu radnju kao i za svaki par superkondenzatora koji mogu doći u paralelni spoj. Također, iz razloga koji će kasnije u sedmom poglavlju biti jasni, prethodna dva izraza su sa namjerom dovedena u oblik koji je prikladan za upotrebu Markovljevih lanaca. Prethodna dva izraza su također pogodna za teorijska razmatranja. Pomoću njih se mogu dobiti kvalitativni grafički prikazi valnih oblika napona na superkondenzatorima tijekom procesa ujednačivanja napona na njima. Na slikama 5.13 i 5.14 prikazani su valni oblici naponskih tranzijenata na superkondenzatorima za slučajeve kada je sklopno vrijeme jednako pet vremenski konstanti $T_{\text{switch}} = 5\tau$ (Slika 5.13), te kada je sklopno vrijeme jednako dvije vremenske konstante $T_{\text{switch}} = 2\tau$ (Slika 5.14). Na slici 5.13 i slici 5.14 na apscisi je relativno vrijeme izraženo u omjerom t/τ, a na ordinati napon na superkondenzatorima. Do trenutka $t = 0$ usvojeno je da su superkondenzatori broj „1“ i „2“ u paralelnom spoju te imaju jednak napon koji je označen sa $u_{12}^{(0)}$, gdje nula označava nultu sklopnu radnju. Također, početno su superkondenzatori označeni brojevima „3“ i „4“ u paralelnom spoju te imaju jednak napon koji je označen sa $u_{34}^{(0)}$. Isto vrijedi i za superkondenzatore označene brojevima „5“ i „6“ koji su početno u paralelnom spoju te imaju jednak napon koji je označen sa $u_{56}^{(0)}$. Pri prvoj sklopnoj radnji superkondenzatori u izjednačivaču napona se rekonfiguriraju te superkondenzatori: označeni brojevima „2“ i „3“ postaju paralelni, zatim superkondenzatori označeni brojevima „1“ i „6“ postaju paralelni, te superkondenzatori označeni brojevima „4“ i „5“. Naponi koji bi vladali na superkondenzatorima koji su u paralelnom spoju u prvoj sklopnoj radnji, kada bi njezino trajanje bilo tako da završi prijelazna pojava označeni su sa $u_{16}^{(0)}$, $u_{23}^{(0)}$ i $u_{45}^{(0)}$.

Uspoređujući slike 5.13 i 5.14 može se uočiti da smanjenje trajanja sklopnog vremena, odnosno povećanje sklopne frekvencije ubrzava proces ujednačavanja napona na superkondenzatorima. Također, može se uočiti da je proces ujednačavanja napona izrazito brz u početku, tijekom prvih nekoliko sklopnih radnji, nego li tijekom daljnjih sklopnih radnji. Stoga se u praksi može dogoditi da disbalans napona na superkondenzatorima već nakon nekoliko sklopnih radnji padne ispod razine koja je opasna za superkondenzatore.



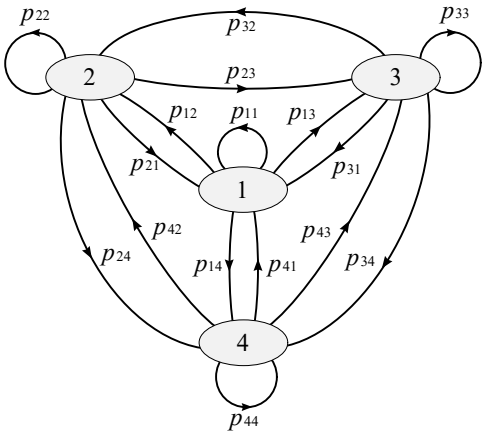
Slika 5.13. Naponski tranzijenti na superkondenzatorima ($T_{\text{switch}} = 5\tau$)



Slika 5.14. Naponski tranzijenti na superkondenzatorima ($T_{\text{switch}} = 2\tau$)

6. PROCES UJEDNAČAVANJA NAPONA PREDSTAVLJEN KAO MARKOVLJEV LANAC

Prema definiciji, Markovljev lanac (engl *Markov chain*) je slučajni (stohastički) proces kojime je opisan slijed mogućih događaja u kojemu vjerojatnost svakog događaja u nekom određenom trenutku ovisi samo o stanju u prethodnome trenutku [78-81]. Markovljevi lanci kao statistički modeli pokazali su se pogodnim za modeliranje i proučavanje različitih procesa u stvarnom svijetu. Markovljevi lanci koriste se za modeliranje bioloških, kemijskih, fizikalnih procesa [82-84]. Također našli su primjenu i u modeliranju procesa u ekonomiji, financijama, teoriji informacija i tehničkih sustava. Za lakše modeliranje procesa predstavljenih Markovljevim lancem uobičajeno se prvo crtaju dijagrami Markovljevog procesa. Jedan takav dijagram kojime je predstavljen Markovljev proces sa četiri stanja prikazan je na slici 6.1 [85-88].



Slika 6.1. Dijagram kojime je predstavljen Markovljev proces s četiri stanja (1, 2, 3 i 4)

Markovljev proces prikazan dijagramom na slici 6.1 je stohastički proces koji ima četiri vrijednosti (stanja, engl. *states*) u skupu S (prostoru stanja) tj. $S = \{s_1, s_i, ..., s_j, s_4\}$. Razdioba stanja u koraku ($k+1$) može se odrediti iz razdiobe stanja u prethodnom koraku (k) izrazom [88, 89]:

$$S^{k+1} = P \cdot S^k. \tag{6-1}$$

Gdje je: S^{k+1} - distribucija (razdioba) stanja u koraku $k+1$, S^k - distribucija (razdioba) stanja u koraku k, P - matrica prijelaznih vjerojatnosti za Markovljev proces (engl. *transition probability matrix for Markov chain*).

Kako je $S^1 = P \cdot S^0$, $S^2 = P \cdot S^1 = P^2 \cdot S^0$, $S^3 = P \cdot S^2 = P^3 \cdot S^0$ distribucija stanja u koraku (k) vezana je sa inicijalnom distribucijom stanja ($k = 0$) izrazom:

$$S^k = P^k \cdot S^0. \tag{6-1}$$

Matrica prijelaznih vjerojatnosti za Markovljev lanac sadrži prijelazne vjerojatnosti koje odgovaraju relativnim frekvencijama prelaska iz određenog stanja u drugo određeno stanje. Matrica prijelaznih vjerojatnosti ima svojstvo [78-89].

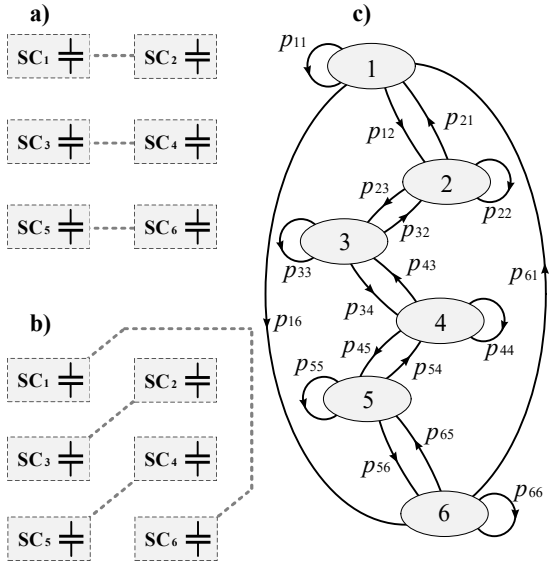
$$\forall i, j, P_{i,j} \in [0,1],\ \forall i, \sum_{j=1}^{N} P_{i,j} = 1, \tag{6-2}$$

gdje prijelazne vjerojatnosti $P_{i,j}$ označavaju vjerojatnost prelaska iz stanja s_i u stanje s_j a N je ukupan broj stanja u sistemu.

6.1 Modeliranje procesa ujednačavanja napona kao Markoljev lanac

Inicijalno, naponi na superkondenzatorima u ujednačivaču napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora raspršeni su oko srednje vrijednosti napona svih superkondenzatora. Također, isto vrijedi i pri svakoj narednoj sklopnoj radnji (koraku) s razlikom da se uslijed ujednačavanja napona raspršenje iznosa napona na superkondenzatorima u odnosu na srednju vrijednost svih superkondenzatora smanjuje.

Ukoliko se ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora smatra kao sistem, a naponi na svakom superkondenzatoru slučajnim varijablama, tada se proces ujednačavanja napona na superkondenzatorima može opisati kao Markovljev lanac. Kako bi se uspješno primijenila svojstva Markovljevog lanca u određivanju razdiobe iznosa napona na svim superkondenzatorima pri svakoj novoj sklopnoj radnji, iz konteksta Markovljevih lanaca za svaku novu sklopnu radnju koristiti će se naziv korak, a fizikalne veličine (naponi) koje se određuju iz koraka u korak biti će predstavljene matematičkim formalizmom koji se koristi pri opisu Markovljevih lanaca. Bez gubitka općenitosti, u tu svrhu neka posluži ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora koji sadrži šest superkondenzatora (Slika 5.7). Na slici 6.2 dijagramom je predstavljen ujednačivač napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora koji sadrži šest superkondenzatora za slučajeve kada je grupa prekidača s oznakom A u stanju ON, te je grupa prekidača s oznakom B u stanju ON. Na slici 6.2c prikazan je dijagram sustava sa šest mogućih stanja te pripadajuće oznake vjerojatnosti prelaska iz određenih stanja u drugo određen stanje. S obzirom da sistem koji se analizira ne može direktno prijeći iz određenih stanja u drugo određeno stanje, na primjer superkondenzatori pod brojem „1“ i „3“ nikada ne postaju paralelni, pripadajuće vjerojatnosti prelaska jednake su nuli te nisu prikazane grafički.



Slika 6.2. Diagramski prikaz ožičenja između SC kada je a) grupa prekidača s oznakom A u stanju ON, b) kada je grupa prekidača s oznakom B u stanju ON, c) dijagram koji predstavlja ujednačivač napona sa šest SC-ova na temelju tehnike preklapanja SCova

Markovljev lanac je potpuno okarakteriziran inicijalnom distribucijom vjerojatnosti stanja i matricom prijelaznih vjerojatnosti. Neka je sa P označena matrica prijelaznih vjerojatnost Markovljevog lanca, a sa U_{SC}^{0} vektor inicijalne distribucije stanja (nulti korak $k=0$). Vektor U_{SC}^{0} predstavlja inicijalnu distribuciju napona na superkondenzatorima, gdje se prvi redak u vektoru odnosi na prvi superkondenzator, drugi redak na drugi superkondenzator itd. Sukladno izrazu (6-1), vektor distribucije napona na superkondenzatorima u koraku k određen je izrazom:

$$U_{\mathrm{SC}}^{(k)} = P^{k} \cdot U_{\mathrm{SC}}^{0}. \tag{6-3}$$

Početno stanje tj. u koraku nula ($k=0$), je određeno početnom vjerojatnosnom distribucijom stanja, odnosno napona na superkondenzatorima (vektor U_{SC}):

$$U_{\mathrm{SC}}^{0} = \left[\bar{U}+\Delta U \quad \bar{U}+\Delta U \quad \bar{U} \quad \bar{U} \quad \bar{U}-\Delta U \quad \bar{U}-\Delta U\right]^{T}. \tag{6-4}$$

Elementi vektora U_{SC}^{0} imaju vrijednosti koje odgovaraju simetričnoj distribuciji u odnosu na srednju vrijednost napona na svim superkondenzatorima. Pri tome je pretpostavljeno da početno na superkondenzatorima pod brojem „1“ i „2“, koji su početno paralelni vlada napon $\bar{U}+\Delta U$, odnosno da su prepunjeni. Također, pretpostavljeno je da početno na superkondenzatorima pod brojem „3“ i „4“, koji su početno paralelni vlada napon koji odgovara srednjoj vrijednosti napona ($\bar{U}$) svih superkondenzatora. Ujedno, pretpostavljeno je da početno na superkondenzatorima pod brojem „5“ i „6“, koji su početno paralelni, vlada napon ($\bar{U}-\Delta U$) koji je niži od srednje vrijednosti napona ($\bar{U}$) svih superkondenzatora.

Uvažavanjem prethodno navedenog, te dijagrama na slici 6.2c, matrica prijelaznih vjerojatnosti P Markovljevog lanca $\{U_{\mathrm{SC}}\}$ dana je izrazom:

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 & p_{16} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{32} & p_{33} & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{43} & p_{44} & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & 0 & 0 & 0 & p_{65} & p_{66} \end{bmatrix}. \tag{6-5}$$

6.2 Numerički izračun

Prijelazne vjerojatnosti $P_{i,j}$ u matrici prijelaznih vjerojatnosti P mogu se odrediti rješavanjem matrične jednadžbe:

$$U_{\mathrm{SC}}^{(1)} = P^1 \cdot U_{\mathrm{SC}}^0. \tag{6-6}$$

Razdioba napona u prvom koraku ($k=1$) može se odrediti korištenjem izraza (5-39) i (5-40), a početna razdioba napona U_{SC}^0 dana je izrazom (6-4). Na primjer, elementi u vektoru U_{SC}^1 za različita sklopna vremena sažeta su u tablici 6.1.

Tablica 6.1. Vjerojatnosna razdioba napona na superkondenzatorima za $k=1$ *

$T_s \geq 5T_{\mathrm{eq}}$	$T_s = T_{\mathrm{eq}}$	$T_s = 0.1T_{\mathrm{eq}}$
$\bar{U}$	$\bar{U}+0.368\Delta U$	$\bar{U}+0.905\Delta U$
$\bar{U}+0.5\Delta U$	$\bar{U}+0.684\Delta U$	$\bar{U}+0.953\Delta U$
$\bar{U}+0.5\Delta U$	$\bar{U}+0.316\Delta U$	$\bar{U}+0.0475\Delta U$
$\bar{U}-0.5\Delta U$	$\bar{U}-0.316\Delta U$	$\bar{U}-0.0475\Delta U$
$\bar{U}-0.5\Delta U$	$\bar{U}-0.684\Delta U$	$\bar{U}-0.953\Delta U$
$\bar{U}$	$\bar{U}-0.368\Delta U$	$\bar{U}-0.905\Delta U$

*Vrijeme između dva uzastopna koraka odgovara sklopnom vremenu

Rješavanjem jednadžbe $U_{\mathrm{SC}}^{(1)} = P^1 \cdot U_{\mathrm{SC}}^0$, i uzimanjem u obzir da u analiziranim slučaju nema fizikalnog razloga koji bi uzrokovao da su prijelazne vjerojatnosti između dva istovjetna stanja različite, vrijedi $p_{12}=p_{16}$, $p_{21}=p_{23}$, $p_{32}=p_{34}$, $p_{43}=p_{45}$, $p_{54}=p_{56}$ i $p_{61}=p_{65}$, što daje matrice prijelaznih vjerojatnosti (P) za različita trajanja sklopnog vremena T_s kako je sljedi.

Za $T_s \geq 5 \cdot \tau$, matrica P za Markovljev lanac $\{U_{SC}\}$ glasi:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \tag{6-7}$$

Za $T_s = \tau$, matrica P za Markovljev lanac $\{U_{SC}\}$ glasi:

$$P = \begin{bmatrix} 0.368 & 0.316 & 0 & 0 & 0 & 0.316 \\ 0.316 & 0.368 & 0.316 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.316 & 0.368 & 0.316 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.316 & 0.368 & 0.316 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.316 & 0.368 & 0.316 \\ 0.316 & 0 & 0 & 0 & 0.316 & 0.368 \end{bmatrix}. \tag{6-8}$$

Za $T_s = 0{,}1 \cdot \tau$, matrica P za Markovljev lanac $\{U_{SC}\}$ glasi:

$$P = \begin{bmatrix} 0.905 & 0.0475 & 0 & 0 & 0 & 0.0475 \\ 0.0475 & 0.905 & 0.0475 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0475 & 0.905 & 0.0475 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0475 & 0.905 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0475 & 0.905 & 0.0475 \\ 0.0475 & 0 & 0 & 0 & 0.0475 & 0.905 \end{bmatrix}. \tag{6-9}$$

Može se opaziti da dijagonalni elementi (označeni plavom bojom) odgovaraju članu $\exp(-T_s / T_{eq})$ u izrazima (5-39) i (5-40).

Također ukoliko se uzme u obzir da uvijek vrijedi $p_{ij} = p_{ji}$, te da je zbroj svih elemenata u i-tom retku uvijek jednak jedan (izraz (6-2)), određivanje elemenata matrice P se drastično pojednostavljuje. U svrhu jezgrovitijeg zapisa i pogodnije predstavljanja rezultata, vektor $U_{SC}^{(k)}$ može se zapisati u obliku:

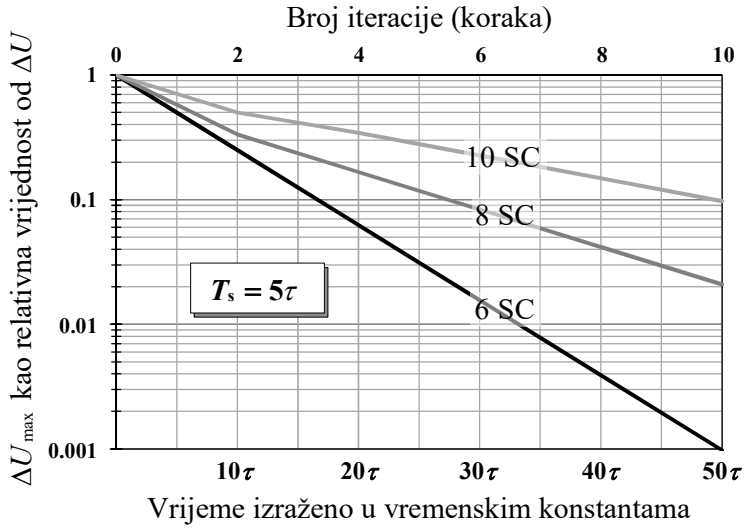
$$U_{SC}^{(k)} = \bar{U}_{SC} + \Delta U_{SC}^{(k)}, \tag{6-10}$$

gdje je $\bar{U}_{SC}$ vektor u kojemu su svi elementi jednaki srednjoj vrijednosti svih superkondenzatora $\bar{U}$, a $\Delta U_{SC}^{(k)}$ je vektor koji sadrži samo devijacije napona u odnosu na srednju vrijednost napona.

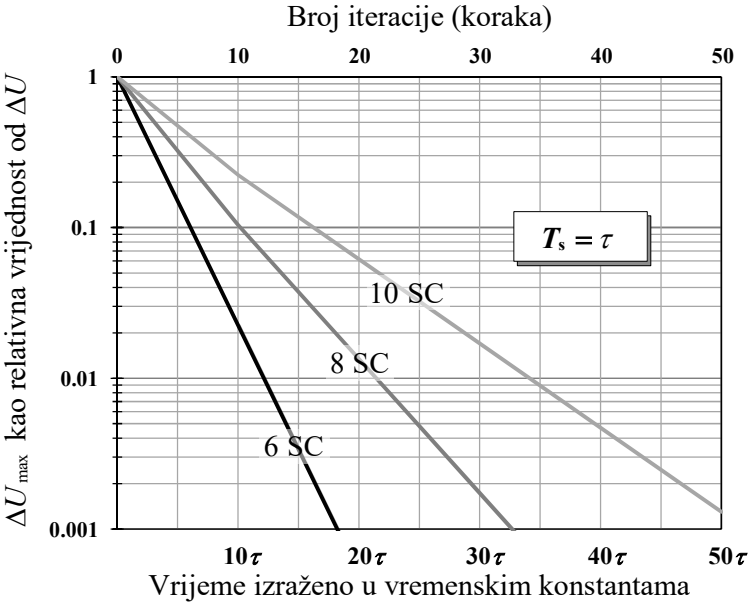
S obzirom da devijacija napona na superkondenzatorima predstavlja fizikalnu veličinu koja se mijenja iz koraka u korak (s rednim brojem sklopne radnje (k)), praćenje vektora $\Delta U_{SC}^{(k)}$ umjesto vektora $U_{SC}^{(k)}$ daje vrlo jasnu i sažetu informaciju o procesu ujednačavanja napona na superkondenzatorima.

Ukoliko se u svakom koraku uzme po apsolutnom iznosu najveći element iz vektora $\Delta U_{SC}^{(k)}$, tj. $\Delta U_{max}^{(k)} = \mathrm{MAX}(\Delta U_{SC}^{(k)})$, dobiva se informacija o maksimalnom iznosu naponske devijacije u k-toj iteraciji, odnosno rednom broju sklopne radnje.

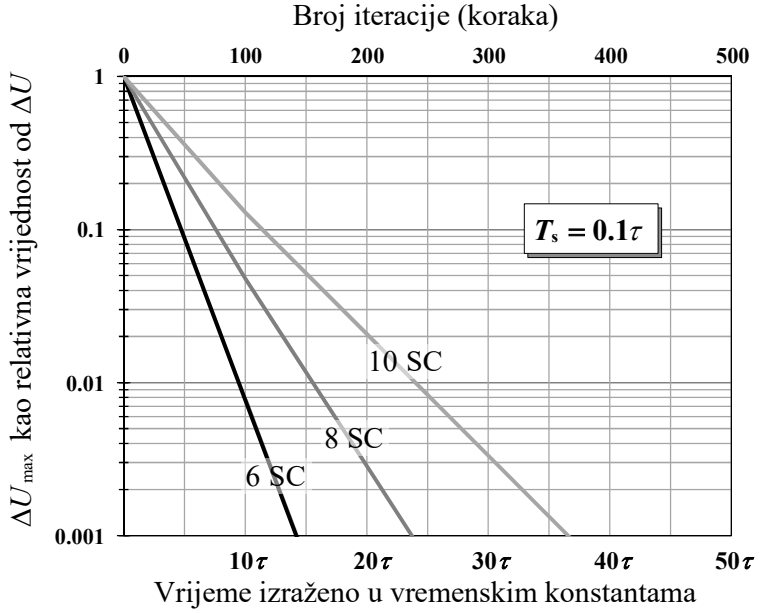
Za predstavljenu tehniku ujednačavanja napona, dinamika (tempo) kojom se napon ujednačuje između superkondenzatorima za različite brojeve superkondenzatora može se vizualizirati pomoću grafa $\Delta U_{max}^{(k)} / \Delta U_{max}^{(0)}$ kao što je to prikazano na slikama od 6.3 do 6.6. Omjer $\Delta U_{max}^{(k)} / \Delta U_{max}^{(0)}$ ima značenje najveće (maksimalne) relativne devijacije napona u k-tom koraku u odnosu na najveću (maksimalnu) devijaciju napona koja je vladala u nultom koraku ($k = 0$).



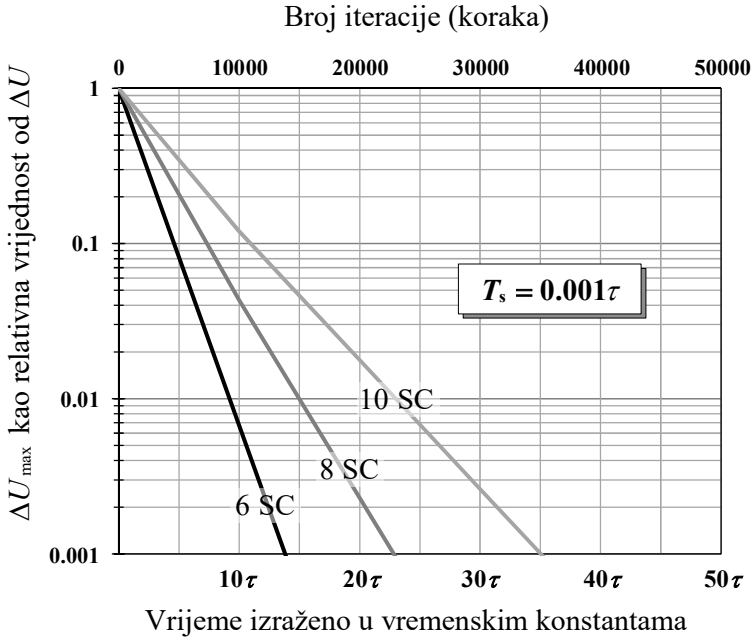
Slika 6.3. Apsolutni iznos maksimalne devijacije napona za sheme sa 6, 8 i 10 superkondenzatora. Grafički prikazi su za sklopno vrijeme $T_{\text{switch}} = 5 \cdot \tau$.



Slika 6.4. Apsolutni iznos maksimalne devijacije napona za sheme sa 6, 8 i 10 superkondenzatora. Grafički prikazi su za sklopno vrijeme $T_{\text{switch}} = \tau$.



Slika 6.5. Apsolutni iznos maksimalne devijacije napona za sheme sa 6, 8 i 10 superkondenzatora. Grafički prikazi su za sklopno vrijeme $T_{\text{switch}} = 0{,}1 \cdot \tau$.



Slika 6.6. Apsolutni iznos maksimalne devijacije napona za sheme sa 6, 8 i 10 superkondenzatora. Grafički prikazi su za sklopno vrijeme $T_{\text{switch}} = 0{,}001 \cdot \tau$.

6.3 Analiza rezultata

Ukoliko je sklopno vrijeme takvo da između dvaju sklopnih radnji u potpunosti završi prijelazna pojava ujednačavanja napona između dvaju superkondenzatora koji su se našli u paralelnom spoju tj. za $T_{\text{switch}} = 5 \cdot \tau$ (Slika 6.3), što odgovara frekvenciji sklopnih radnji $f_{\text{switch}} = 1/T_{\text{switch}} = 1/5 \cdot \tau$, proces izjednačavanja napona na superkondenzatorima biti će vrlo spor. Zbog navedenog, pogodnije je odabrati veću frekvenciju sklopnih radnji. Smanjenje trajanja sklopnog vremena, odnosno povećanje frekvencije sklopnih radnji rezultira bržim procesom ujednačavanja napona na superkondenzatorima (Slike 6.4-6.6), odnosno proces ujednačivanja napona traje kraće. Ovaj trend se može opaziti sve do slučaja kada je sklopno vrijeme približno $T_{\text{switch}} \approx 0,001 \cdot \tau$. Ova vrijednost sklopnog vremena može se smatrati graničnom vrijednosti nakon kojega je dobitak u performansama procesa ujednačavanja napona malen. Navedeno se može opaziti usporedbom slike 6.5 i slike 6.6. Na primjer, za 10 superkondenzatora, ukoliko se želi da najveća (maksimalna) relativna devijacija napona opadne na iznos od 0,001, prema slici slika 6.5 za $T_{\text{switch}} \approx 0,1 \cdot \tau$ treba proteći vrijeme od približno 36 vremenskih konstantni, dok je na slici 6.6 za $T_{\text{switch}} \approx 0,001 \cdot \tau$ treba proteći vrijeme od približno 35 vremenskih konstantni. Odnosno, dobitak u smislu skraćenja trajanja ujednačavanja napona smanjio se za samo jednu vremensku konstantu što odgovara postotnom skraćenju trajanja postupka ujednačivanja napona od približno 3 %.

Iako je analiza provedena samo za shemu sa 6, 8 i 10 superkondenzatora, utjecaj broja superkondenzatora na dinamiku procesa ujednačavanja napona je očigledan. Što je veći broj superkondenzatora, to je sporiji proces ujednačavanja napona (Slike 6.3-6.6).

Iz predstavljene teorije i rezultata simulacija mogu se donijeti sljedeći zaključci. Dinamika (tempo) ujednačavanja napona je inherentno određena vremenskom konstantom τ.

S obzirom na tu činjenicu, poboljšanje dinamike ujednačavanja napona se može postići smanjivanjem vremenske konstante. Vremenska konstanta ovisi o kapacitetu superkondenzatora, ekvivalentnom serijskom otporu superkondenzatora, te otporu poluvodičkih MOSFET sklopki. S obzirom da su parametri superkondenzatora koji se ugrađuju u hibridni sustava baterije i superkondenzatora određeni uvjetima koji se odnose na dinamičko opterećenje hibridnog sustava baterije i superkondenzatora, smanjenje vremenske konstante može se postići izborom poluvodičkih sklopki sa što manjim otporom kanala MOSFETa kada je on potpuno vodljiv (

$R_{\mathrm{DS(on)}}$). Međutim, ukoliko bi se i postigao zanemariv otpor poluvodičkih MOSFET sklopki, odnosno kada bi se one mogle smatrati idealnim sklopkama, vremenska konstanta se ne može smanjiti ispod iznosa koja je određena izrazima (5-19) do (5-21), a iznosi $\tau_0 = \overline{R}_0 \cdot \overline{C}$. S obzirom da je trajanje procesa ujednačavanja napona vezano s vremenskom konstantom, postojanje teorijski minimalne vremenske konstante ukazuje da proces ujednačavanja napona na superkondenzatora u tehnici zasnovanoj na preklapanju superkondenzatora ima inherentno ograničenje brzine kojom se ujednačavanje napona može odvijati.

Važno je istaknuti da u praksi nije potrebno postići potpunu ujednačenost napona na superkondenzatora. Prema [16] uobičajeno, početno superkondenzatori obično imaju disbalans napona koji se kreće do 20 % u odnosu na srednju vrijednost napona na svim superkondenzatorima u serijskom spoju. Takva vrijednost je neprihvatljiva te ju je potrebno svesti na niži iznos koji osigurava da napon na niti jednom superkondenzatoru ne prelazi nazivni napon. Ujedno, s obzirom da je radni vijek superkondenzatora vezan uz radni napon, kako bi radni vijek superkondenzatora bio ujednačen, dovoljno je da neujednačenost napona ne prelazi 2-5 % radnog napona. Ukoliko se uzme da je u najnepovoljnijem slučaju objektivno očekivati da je početna neujednačenost napona u odnosu na srednju vrijednost napona na svim superkondenzatorima u serijskom spoju 20 %, da bi se postigla dugoročno prihvatljiva razina neujednačenosti napona koja ne prelazi 2 %, prema grafičkim prikazima na slikama od 6.3 do slike 6.6. to odgovara slučaju kada je $\Delta U_{\max}^{(k)} / \Delta U_{\max}^{(0)} = 0{,}1$. Prema slici 3.20, kada je $T_{\mathrm{switch}} \approx 0{,}001 \cdot \tau$, za slučaj od 10 superkondenzatora to se postiže kroz vrijeme koje približno odgovara jedanaest vremenskih konstanti ($\Delta t \approx 11 \cdot \tau$).

Razmatrajući tehno-ekonomske aspekte izjednačivača napona zasnovanog na preklapanju superkondenzatora, jednostavnost strujnog kruga, odsustvo strujnih krugova za nadzor napona, odsustvo složenih upravljačkih krugova, odsustvo magnetskih krugova, inherentnu otpornost izjednačivača napona na promjene parametara strujnog kruga, čini ovu vrstu izjednačivača napona optimalnim izborom u određenim primjenama. Na primjer, za aplikacije s malim brojem serijski spojenih superkondenzatora, kao što su primjene s radnim naponom od 12 V do 48 V.

U ovom radu novi pristup zasnovan na primjeni Markovljevih lanaca je uveden u analizi izjednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora. Prikazan pristup zasnovan na primjeni Markovljevih lanaca pokazao se pogodnim za analizu izjednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora i za određivanje njegovih važnih parametara.

U usporedbi sa drugim popularnim pristupima kao što je Monte Carlo metoda, prikazani pristup zasnovan na primjerni Markovljevih lanaca je s obzirom na broj računskih operacija koje je potrebno obaviti znatno učinkovitiji. Predstavljeni pristup okarakteriziran je sa izuzetno malim hardverskim zahtjevima (procesorska moć, njegov takt, broj procesora i memoriju (RAM)) u odnosu na druge tehnike zasnovane na uzastopnim simulacijama. Izuzetno mali hardverski zahtjevi velikim dijelom su rezultat toga što nije potrebno numeričkim postupcima rješavati diferencijalne jednadžbe kojima su opisane prijelazne pojave ujednačivanja napona. Također nije potrebno provoditi brojne uzastopne simulacije s varijacijom parametara kojima se simulira stohastičko vladanje sustava. Također za predstavljanje procesa izjednačavanja napona kao Markovljev lanac nije potreban specifičan program, u tu svrhu mogu se koristiti, kao što je i ovom radu korišten, programi opće namjene za matematiku kao što su MathCad [90], Mathematica [91] ili programi kao što su Matlab [92].

Iako je predstavljen pristup opisa procesa izjednačavanja napona kao Markovljev lanac ***po prvi puta*** primijenjen u ovu svrhu na primjeru izjednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora, u ovom radu je jasno pokazano da on ima svoju inženjersku i znanstvenu primjenjivost.

7. LABORATORIJSKA MJERENJA

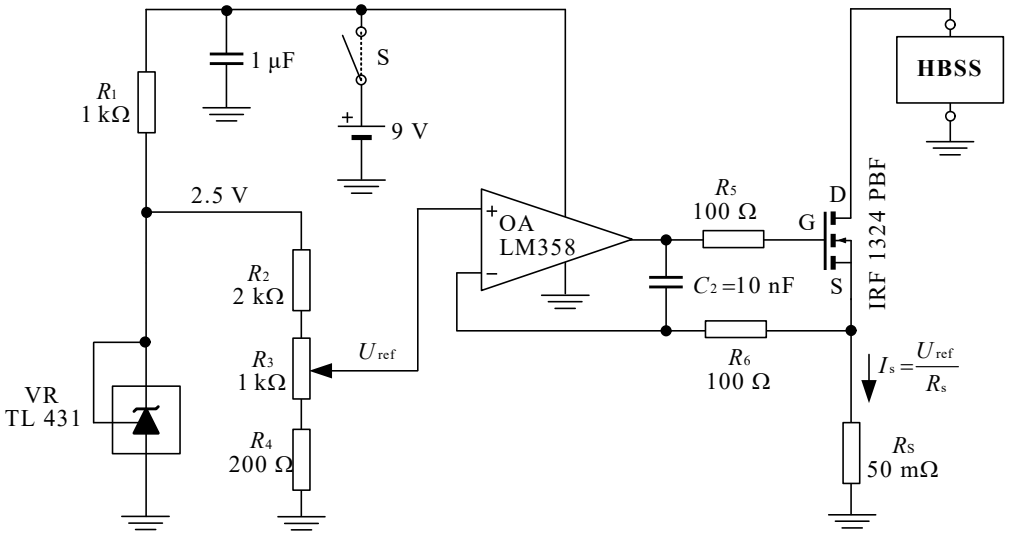
Unatoč tome što su teorijska izlaganja prikazana u četvrtom i petom poglavlju u skladu s teorijskim spoznajama predstavljenim u literaturi, poželjno je teorijske rezultate potkrijepiti vlastitim mjernim rezultatima. Provođenjem vlastitih mjerenja dobiva se bolja predodžba o mjernoj pogrešci, faktorima koji imaju utjecaj na točnost mjerenja, a oscilogrami valnih oblika napona i struja imaju bolju rezoluciju negoli isti preuzeti iz literature. Ovo je posebno važno ukoliko se pojave odstupanja teorijski predviđenih izgleda i trajanja valnih oblika u odnosu na valne oblike dobivene mjerenjem kako bi mogla provesti adekvatna analiza i utvrđivanje uzroka odstupanja. Zbog navedenog, provedena su dva neovisna mjerenja pri dinamičkom opterećenju:

- **Mjerenje valnog oblika napona na priključcima (terminalima) HBSS-a.**
- **Mjerenje valnih oblika struja baterije i superkondenzatora unutar HBSS-a.**

7.1 Namjenski izrađen strujni uvor

Unatoč tome što su danas laboratorijski izvori/uvori široko dostupna oprema, kada se nabavljaju potrebno je obratiti posebnu pažnju na neke od njihovih karakteristika koje su važne za mjerenja vezane uz superkondenzatore. Na primjer, potrebno je obrati pažnju na najniži radni napon s kojim strujni uvor može raditi, a da pri tome ima sposobnost održavanja struje konstantnom. Naime, prema IEC 62391-1 normi, kada se određuju parametri superkondenzatora njegovim pražnjenjem konstantnom strujom mjerenje se provodi tako da se superkondenzator prazni na 40 % nazivnog napona. Za superkondenzatore koji imaju radni napon od 2,5 V to odgovara naponu od 1,0 V. Također, pri određenim vrstama mjerenja parametara superkondenzatora potrebno je prazniti superkondenzatore na napone niže od 1,0 V. Većina komercijalno dostupnih laboratorijskih uvora nisu predviđena za rad s niskim naponima (1 V i niže), odnosno nemaju sposobnost održavanja znatnog iznosa struje konstantnom pri niskim radnim naponima. S obzirom da literatura obiluje raznim shemama kvalitetnih strujnih uvora koje je lako prilagoditi specifičnim namjenama [93, 94], umjesto traženja odgovarajućeg komercijalnog strujnog uvora, druga mogućnost je dizajniranje vlastitog strujnog uvora.

Jedan takav primjer strujnog uvora osmišljenog na osnovi modifikacija shema iz literature i sastavljenog za potrebe mjerenja u ovom radu prikazan je na slici 7.1.



Slika 7.1. Električna shema strujnog uvora konstantne struje sastavljena za potrebe mjerenja u ovom radu

Rad strujnog uvora na slici 7.1 je vrlo jednostavan te se u kratkim crtama može opisati na sljedeći način. Cijeli strujni uvor napajan je baterijom od 9 V. Kako bi referentni napon koji se dovodi do operacijskog pojačala bio što stabilniji, koristi se naponska referenca TL431 [95]. Napajanje naponske reference TL431 odvija se preko otpornika R1. S obzirom da je priključak REF naponske refrence priključen na njezinu katodu, naponska referenca TL431 nalazi se u spoju koji osigurava stabilan i konstantan napon iznosa 2,5 V između katode i anode naponske reference. Taj napon doveden je na naponsko dijelilo kojega tvore otpornici R2 i R4 te potenciometar. Naponskim dijelilom postiže se odgovarajući referentni napon Uref koji se dovodi na neinvertirajući ulaz operacijskog pojača (LM 358) [96].

Operacijsko pojačalo (LM 358) mijenja napon na svom izlazu tako da napon između njegovih ulaza (neinvertirajućeg i invertirajućeg ulaza) uvijek bude jednak nuli. Promijenom napona na izlazu operacijskog pojača mijenja se napon između priključaka „gate“ i „source“ MOSFET-a (IRF 1324 [97]), odnosno napon U_{gs}. Na taj način postiže se da operacijsko pojačalo upravlja s MOSFET-om, odnosno stupnjem otvorenosti kanala MOSFET-a, a time i strujom koja teče između priključka „drain“ i „source“ MOSFET-a.

S obzirom da struja koja teče između priključka „drain“ i „source“ MOSFET-a na otporniku R_s (indeks s od engleske riječi „sense“) stvara pad napona koji se dovodi na invertirajući ulaz operacijskog pojača, operacijsko pojačalo će mijenjati napon na svom izlazu na način da napon U_{ref} (naponu na neinvertirajućem uzlazu) bude jednak padu napona na otporniku R_s (naponu na invertirajućem ulazu). Prethodno navedeno se može zapisati izrazom:

$$I_S = \frac{U_{\text{ref}}}{R_S}. \tag{7-1}$$

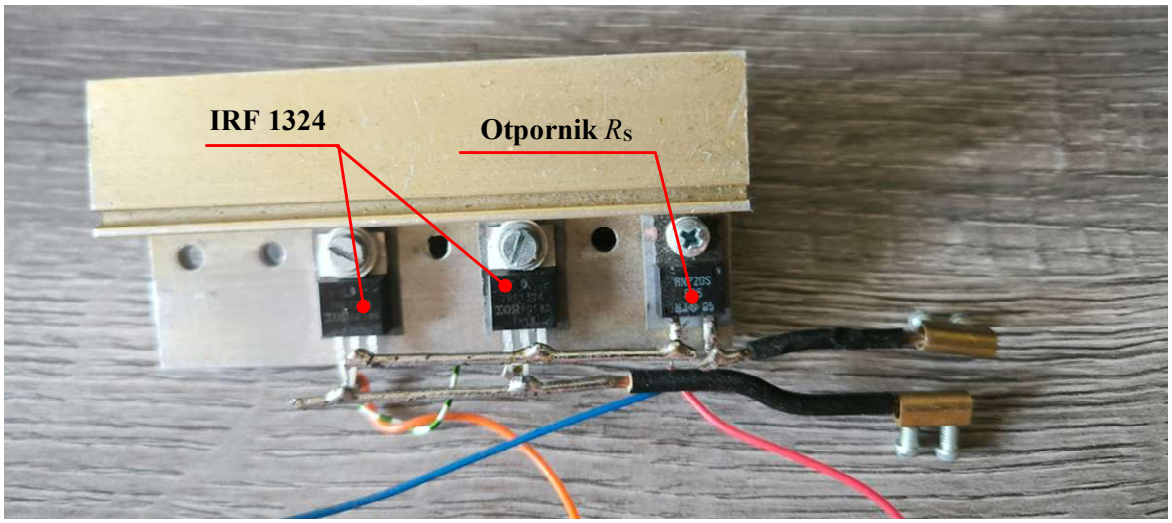
U shemi prikazanoj na slici 7.1 prisutne su i druge dodatne komponente koje imaju sekundarnu ulogu u radu strujnog uvora. Na primjer, otpornici R5, R6 i kondenzator C2 služe za osiguranje stabilnog rada cijelog strujnog kruga. Predstavljen strujni uvor ima sposobnost raditi sa strujama do 20 A, stoga je potrebno posebnu pažnju posvetiti adekvatnom hlađenju komponenti kroz koje protječe ta struja, odnosno hlađenju MOSFET-a i otpornika R_S. Toplina koja se oslobodi na otporniku R_S dana je izrazom:

$$P_S = I_S^2 \cdot R_S. \tag{7-2}$$

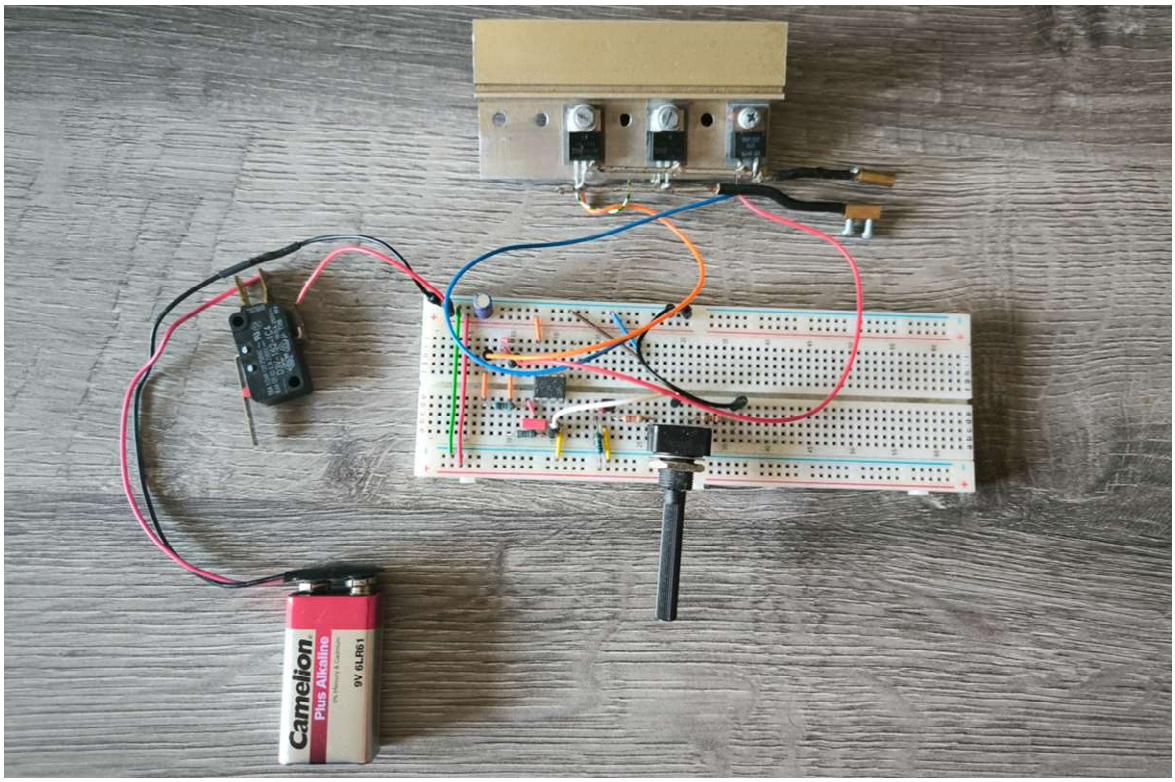
Uvrštavanjem brojčanih vrijednosti ($R_S = 50\ \text{m}\Omega$, $I_S = 20\ \text{A}$) u prethodni izraz daje:

$$P_S = 20^2 \cdot 0.05 = 20\ \text{W}. \tag{7-3}$$

Stoga pri izboru otpornika R_S treba birati otpornik predviđen za snagu veću 20 W [98]. Zbog toga odabran je otpornik u kućištu TO220 koje je predviđeno za montažu na aluminijski hladnjak [98]. Također, odabrani su i MOSFET-i (dva komada) u kućištu TO220 koja su montirana na isti hladnjak. Općenito, s obzirom da su poluvodiči osjetljiviji na toplinski stres i nad temperaturu, kako bi se smanjio toplinski stres MOSFET-a, umjesto jednog korištena su dva MOSFET-a u paralelnom spoju. MOSFET-i su spojeni bakrenom žicom poprečnog presjeka $2.5\ \text{mm}^2$, koja ih spaja sa otpornikom R_S (Slika 7.2).

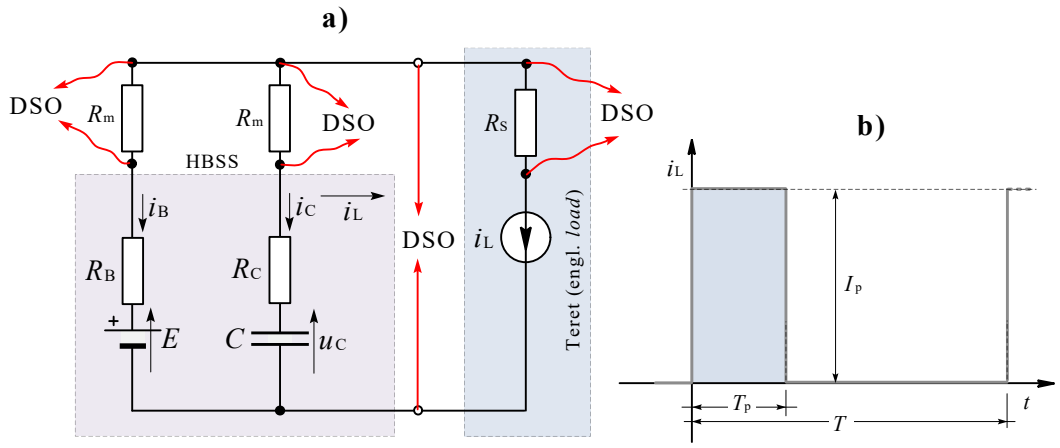


Slika 7.2. Fotografija na otpornik i MOSFET-e montirane na aluminijski hladnjak.



Slika 7.3. Fotografija na elektronički dio i rashladni dio strujnog uvora.

Na slici 7.4 prikazan je model pasivnog HBSS-a s mjernim otpornicima i označenim mjernim mjestima s kojih se napon preko mjernih sondi dovodi ka digitalnom osciloskopu (engl. *Digital storage oscilloscope* (DSO)). Mjerni otpornici označeni su sa R_m, a otpornik s kojeg operacijsko pojačalo uzima pad napona prema invertirajućem ulazu (Slika 7.1) označen je sa R_S (engl. *sense*). Struji uvor prikazan shemom na slici 7.1 ima sposobnost generiranja pravokutnog strujnog pulsa konstantne amplitude I_p i trajanja T_p kojemu je valni oblik prikazan na slici 7.4b. Mjerni otpornici R_m imaju otpor od 5 mOhma, a otpornik R_S ima otpor od 50 mOhma.



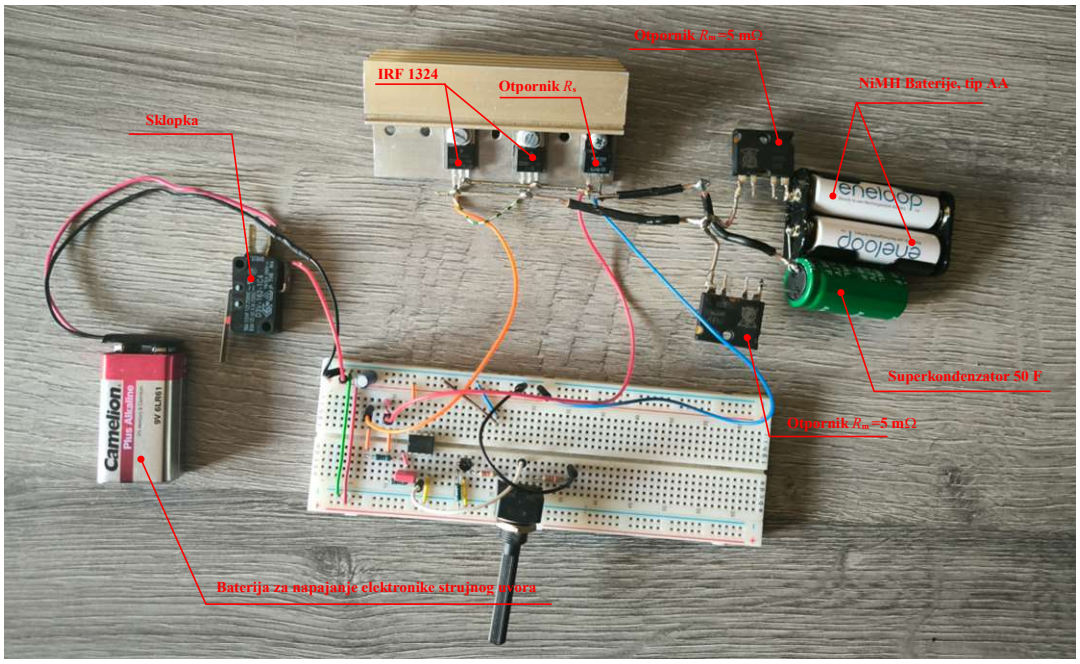
Slika 7.4 a) Model pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora s mjernim otpornicima i označenim mjernim mjestima, b) valni oblik struje tereta.

Valni oblici napona i strujna snimani su digitalnim osciloskopom, marka RIGOL MSO5074 [99], pasivni HBSS sastoji se od dvije NiMH Baterije, tip: AA (marka Eneloop) [100] i jednog superkondenzatora kapaciteta 50 F, (marka SAMXON) [101]. Pravokutni strujni impuls generiran je opisanim strujnim uvorom, vlastitog dizajna za potrebe opisanih mjerenja. Osnovni tehnički podaci o korištenim baterijama i superkondenzatoru dani su u tablici 7.1 [100, 101].

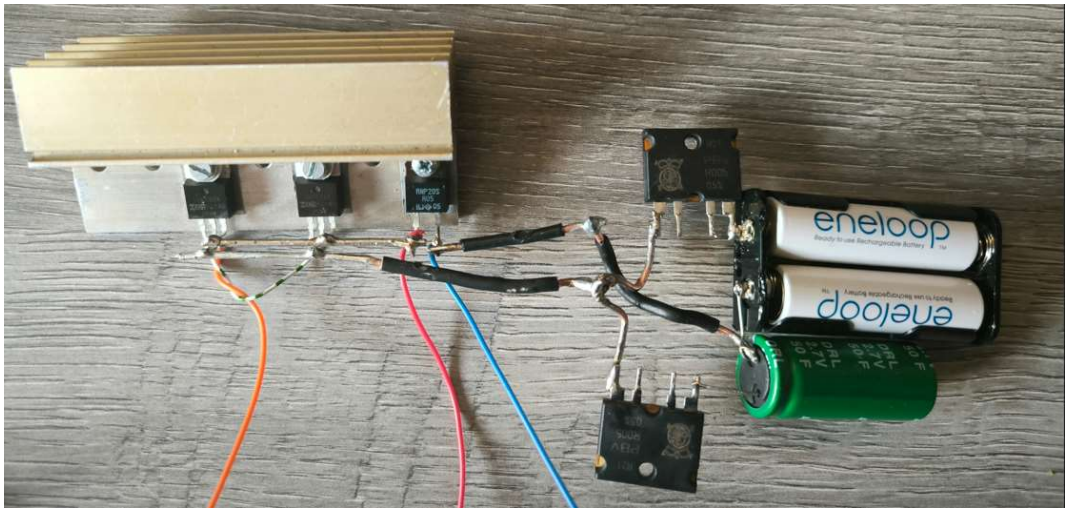
Tablica 7.1 Osnovni tehnički podaci o bateriji i superkondenzatoru

	Vrsta/ naziv	**Kapacitet**	**Nazivni napon**	**Unutarnji otpor**
Baterija	AA (Eneloop)	2000 mAh	1,2 V	≈ 25 mΩ
Superkondenzator	DRL107S0TL60RR	50 F	2,7 V	40 mΩ (max

Fotografija strujnog uvora, pasivnog HBSS-a s montiranim mjernim otpornicima prikazana je na slici 7.5, a detaljniji prikaz na HBSS i mjerne otpornike R_{m} dan je slikom 7.6.



Slika 7.5. Strujni uvor, pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora i mjerni otpornici



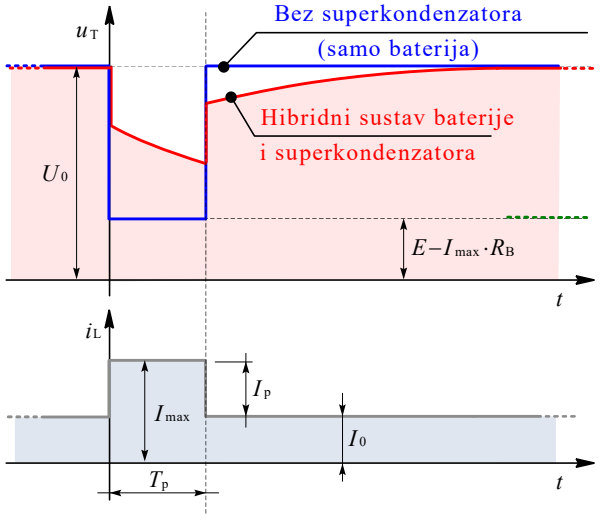
Slika 7.6. Detaljniji prikaz na HBSS i mjerne otpornike

7.2 Mjerenje valnog oblika napona na priključcima (terminalima) HBSS-a

U prvom mjerenju snimljen je valni oblik napona na priključcima (terminalima) pasivnog HBSS-a pri pravokutnom strujnom pulsu vršne vrijednosti 20 A (Slika 7.7). Valni oblik napona je u skladu s teorijskim predviđanjima iznesenim u drugom poglavlju (Slika 2.2) koja je ponovljena u ovom poglavlju zbog lakše usporedbe (Slika 7.8).

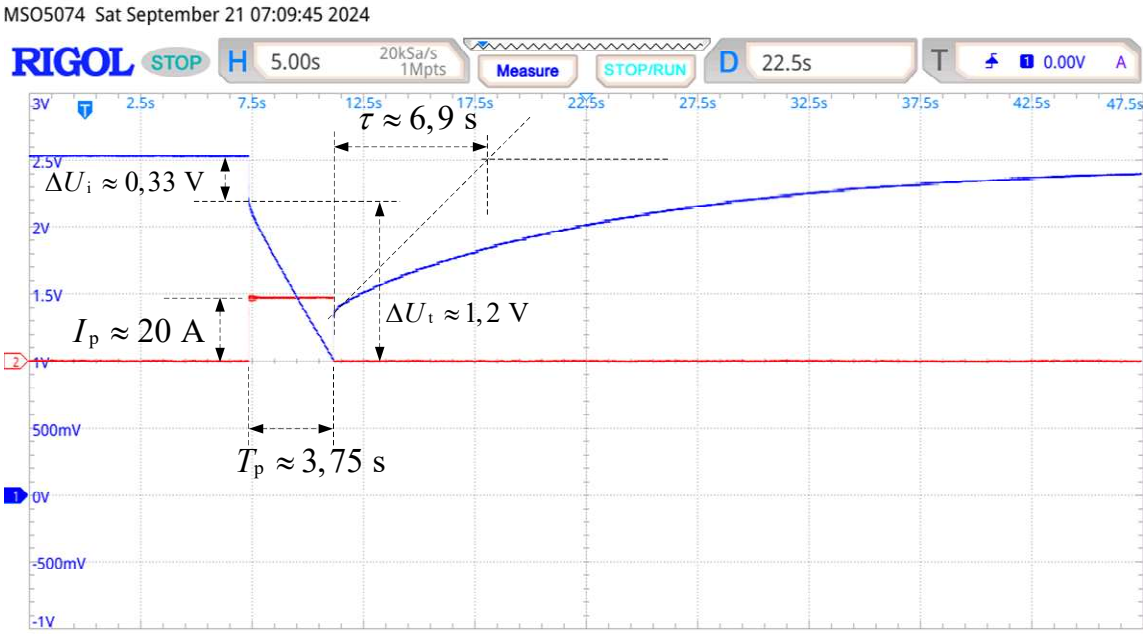


Slika 7.7. Valni oblik napona na priključcima (terminalima) pasivnog HBSS-a prikazan je plavom bojom, valni oblik struje tereta izmjeren na otporniku R_s prikazan je crvenom bojom. Vršna vrijednost struje pulsa iznosi $I_p = 20$ A.



Slika 7.8. Valni oblik struje tereta i napon na terminalima baterije sa i bez superkondenzatora

U svrhu analize karakterističnih veličina valnog oblika napona, ponovljeno je prethodno mjerenje, ali sa uvećanim detaljima na valni oblik napona i struje te su na slici označene i brojčane vrijednosti karakterističnih veličina obaju valnih oblika (Slika 7.9).



Slika 7.9. Valni oblik napona na priključcima (terminalima) pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora prikazan je plavom bojom, valni oblik struje tereta izmjeren na otporniku R_s prikazan je crvenom bojom. Na slici su označene i brojčane vrijednosti karakterističnih veličina valnih oblika.

U narednom tekstu na osnovi tehničkih podataka od proizvođača komponenti korištenih u mjerenju određeni su iznosi parametara i veličina na osnovi teorijskih izraza iz trećeg poglavlja ovog rada. Zatim su tako dobivene računske vrijednosti uspoređene s vrijednostima dobivenim mjerenjem. Nastale razlike između teorijskih vrijednosti i mjernih vrijednosti su analizirane i komentirane.

Parametar (koeficijent) K, određuje se prema izrazu:

$$K = \frac{R_B}{R_B + R_C} \tag{7-4}$$

Prethodni izraz odnosi se na slučaj kada u struji krug nisu umetnuti mjerni otpornici. Kada je to slučaj, uz uvažavanje da su dvije baterije s približno identičnim parametrima spojene u seriju, tada se parametar K računa prema izrazu:

$$K = \frac{(2 \cdot R_B + R_m)}{(2 \cdot R_B + R_m) + (R_C + R_m)}. \tag{7-5}$$

Uvrštavanje brojčanih vrijednosti (Tablica 7.1) u prethodni izraz daje:

$$\begin{aligned} K &= \frac{(2 \cdot R_B + R_m)}{(2 \cdot R_B + R_m) + (R_C + R_m)} = \frac{(2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3})}{(2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) + (40 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3})} = \\ &= \frac{(2 \cdot 25 + 5)}{(2 \cdot 25 + 5) + (40 + 5)} = \frac{55}{55 + 45} = \frac{55}{100} = 0,55 \end{aligned} \tag{7-6}$$

Vremenska konstanta određuje se prema izrazu:

$$\tau = (R_B + R_C) \cdot C. \tag{7-7}$$

Prethodni izraz odnosi se na slučaj kada u struji krug nisu umetnuti mjerni otpornici. Kada je to slučaj, tada se vremenska konstanta τ računa prema izrazu:

$$\tau = \left[(2 \cdot R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{m}}) + (R_{\mathrm{C}} + R_{\mathrm{m}})\right] \cdot C \tag{7-8}$$

Uvrštavanje brojčanih vrijednosti u prethodni izraz daje:

$$\begin{aligned} \tau &= \left[(2 \cdot R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{m}}) + (R_{\mathrm{C}} + R_{\mathrm{m}})\right] \cdot C = \\ &= \left[(2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) + (40 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3})\right] \cdot 50 = \\ &= (55 + 45) \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 100 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ s} \end{aligned} \tag{7-9}$$

Izmjerena vrijednost vremenske konstante (Slika 7.9) je $\tau = 6,9$ s .

Inicijalni (skokoviti) pad napona koji nastupa u trenutku pojave strujnog pulsa određuje se izrazom:

$$\Delta U_{\mathrm{i}} = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot (1 - K) . \tag{7-10}$$

Gdje je ΔU_{p} određen izrazom:

$$\Delta U_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{p}} \cdot R_{\mathrm{B}} . \tag{7-11}$$

Kada su prisutni mjerni otpornici potrebno ih je uvažiti, te uz uvažavanje da su dvije baterije s približno identičnim parametrima spojene u seriju,izraz za ΔU_{p} glasi:

$$\Delta U_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{p}} \cdot (2 \cdot R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{m}}) . \tag{7-12}$$

Uvrštavanje brojčanih vrijednosti u prethodni izraz daje:

$$\begin{aligned}\Delta U_{\mathrm{p}} &= I_{\mathrm{p}} \cdot (2 \cdot R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{m}}) = \\ &= 20 \cdot (2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) = \\ &= 20 \cdot 55 \cdot 10^{-3} = 1100 \cdot 10^{-3} = 1{,}1 \text{ V}\end{aligned} \tag{7-13}$$

Uvrštavanje prethodno dobivene numeričke vrijednosti u izraz za inicijalni pad napona daje

$$\Delta U_{\mathrm{i}} = 1{,}1 \cdot (1 - 0{,}55) = 1{,}1 \cdot 0{,}45 = 0{,}495 \approx 0{,}5 \text{ V}. \tag{7-14}$$

Izmjerena vrijednost inicijalnog pada napona (Slika 7.9) iznosi $\Delta U_{\mathrm{i}} = 0{,}33$ V.

Nakon inicijalnog pada napona ΔU_{i}, nastupa dodatni pad napona ΔU_{t} tijekom trajanja strujnog pulsa koji se određuje izrazom:

$$\Delta U_{\mathrm{t}} = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right). \tag{7-15}$$

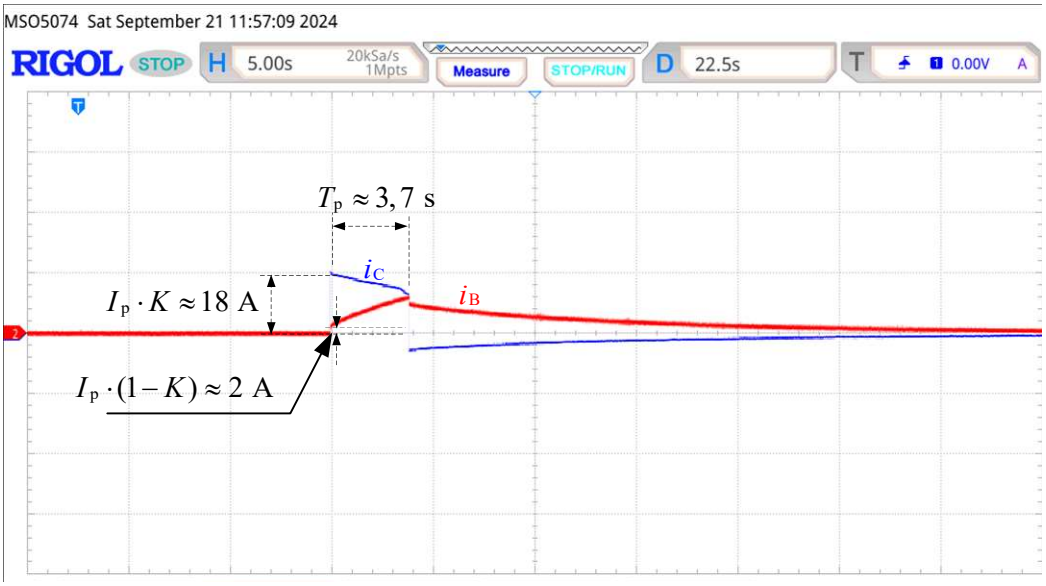
Uvrštavanje brojčanih vrijednosti u prethodni izraz daje

$$\Delta U_{\mathrm{t}} = \Delta U_{\mathrm{p}} \cdot \left(1 - K \cdot \mathrm{e}^{-\frac{T_{\mathrm{p}}}{\tau}}\right) = 1{,}1 \cdot \left(1 - 0{,}55 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{3{,}7}{5}}\right) = 0{,}81 \text{ V}. \tag{7-16}$$

Izmjerena vrijednost na slici 7.9 iznosi $\Delta U_{\mathrm{t}} = 1{,}2$ V.

7.3 Mjerenje valnih oblika struja baterije i superkondenzatora unutar HBSS-a

Mjerenje valnih oblika struja baterije i superkondenzatora određena su indirektno mjerenjem pada napona na mjernim otpornicima R_m uslijed struja koje teku njima. Mjerenje struja baterija i superkondenzatora je zahtjevnije od prethodnog mjerenja napona na priključcima zbog manjeg iznosa mjernog napona na mjernim otpornicima što pridonosi povećanoj razini šuma u mjernom rezultatu. Zbog navedenog nije bilo moguće dodatno povećati prikaz valnih oblika struje na osciloskopu od preslike zaslona osciloskopa prikazane na slici 7.10. Na slici 7.10 prikazani su valni oblici struja baterije i superkondenzatora izmjerenih na mjernim otpornicima ($R_m = 5\ \text{m}\Omega$) postavljenim u seriju s parom baterija i u seriju sa superkondenzatorom.



Slika 7.10. Valni oblici struja baterije i superkondenzatora izmjerenih na mjernim otpornicima ($R_m = 5\ \text{m}\Omega$) postavljenim u seriju s parom baterija i u seriju sa superkondenzatorom. Vršna vrijednost struje pulsa iznosi $I_p = 20$ A.

Kako je $I_p \approx 20$ A, prema mjernim rezultatima prikazanim na slici 7.10 za parametar K dobiva se $K \approx 18/20 = 0,9$. Računski izračunata vrijednost parametra K na osnovi tehničkih podataka

superkondenzatora i baterija uz uvažene dodatne otpore iznosila $K \approx 0,55$. Značajna razlika između izmjerene i računski izračunate vrijednosti biti će u narednom podpoglavlju pojašnjena.

7.4 Diskusija i analiza rezultata

Mjerenja su potvrdila teorijska predviđanja o izgledu valnih oblika napona na priključcima (terminalima) pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora. Također potvrđena su teorijska predviđanja izgleda valnih oblika struja baterije i superkondenzatora. Mjerni rezultati se iznosom razlikuju od teorijski predviđenih rezultata za što postoji nekoliko razloga koji imaju kumulativni učinak na nastalu razliku. Teorijski rezultati su dobiveni na osnovi tehničkih podataka proizvođača baterija, superkondenzatora te mjernih otpornika. Prema tehničkim podacima proizvođača o superkondenzatoru njegovi parametri dolaze s tolerancijom od ±20 %, tako visoka tolerancija tipična je i za druge proizvođače superkondenzatora [102-105]. Mjerni otpornici imaju toleranciju od ±10 %, a podaci za bateriju su unutar ±10 %. Ujedno na razini teorijskog modela nije uvažen otpor R_S koji ima utjecaj na vremensku konstantu kao niti otpor ožičenja. Također, struje su mjerene indirektno, odnosno mjerenjem pada napona na mjernim otpornicima (tolerancije ±10 %) koji su maloga iznosa otpora pa je i pad napona nizak što rezultira s relativno viskom razinom šuma u mjernom rezultatu. Sve navedeno uzrok je nastaloj razlici između teorijski predviđenih iznosa i izmjerenih vrijednosti. Uvažavanje svih zanemarenja približilo bi teorijske rezultate praktičnim. Unatoč tome, razlika između teorijski dobivenih vrijednosti i izmjerenih vrijednosti je još uvijek unutar granica koje ne uzrokuju dvojbu o valjanosti modela i iz njega izvedenih analitičkih izraza kojima su opisane strujno naponske prilike i vladanje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora u uvjetima dinamičkog opterećenja.

ZAKLJUČAK

Napredak na području električnih pogona vozila velikim dijelom može se pripisati napretku baterija. U primjenama kod kojih je opterećenje izrazito dinamičko, karakteristike baterije je potrebno optimizirati tako da imaju sposobnost isporučivanja i prihvata električne snage (rekuperacija) koje diktira dinamičko opterećenje. Rezultat optimiranja baterije je smanjena gravimetrijska gustoća energije baterije, što se negativno odražava na autonomiju vozila, odnosno kraće vrijeme rada u slučaju drugih primjena kao što su neprekidna napajanja te razni alatni strojevi. Takav nepovoljni ishod nužnih kompromisa u procesu optimiranja parametara baterije se može izbjeći upotrebom hibridnih sustava baterije i superkondenzatora umjesto napajanja samo sa baterijama. U aplikacijama kod kojih je opterećenje izrazito dinamičko, hibridni sustavi baterije i superkondenzatora imaju brojne prednosti u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijama. U ovom radu su detaljno opisane pogodnosti koje proistječu upotrebom hibridnih sustava baterije i superkondenzatora u odnosu na napajanja realizirana samo sa baterijama. Naglasak rada stavljen je na opis pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora, koji unatoč svojoj jednostavnosti, pruža brojne prednosti u odnosu na samostalne baterije. Također, prezentirane su i druge topologije hibridnih sustava baterija i superkondenzatora kojima su nadvladana inherentna ograničenja pasivnog hibridnog sustava.

Napon superkondenzatora tipično se nalazi u rasponu od 2,5 V do 3,0 V. U aplikacijama koje zahtijevaju veliku električnu snagu koristi se radni napon je nekoliko redova veličine veći od nazivnog napona superkondenzatora. Zbog navedenog, u takvim aplikacijama potrebno je serijski spajati superkondenzatore (ćelije) kako bi se postigao odgovarajući radni napon. Radi rasipanja parametara superkondenzatora oko nazivne vrijednosti (tolerancija) duž serijskog spoja superkondenzatora uspostavila bi se nejednolika razdioba napona koja može uzrokovati smanje pouzdanosti cijelog serijskog spoja superkondenzatora, njegovo prijevremeno starenje ili u najnepovoljnijem slučaju trajni kvar. Rad navedenog pri upotrebi serijskih spojeva superkondenzatora obavezna je primjena ujednačivača napona. Zbog važnosti ujednačivača napona na superkondenzatorima, u radu su u kratkim crtama opisani ujednačivači napona na superkondenzatorima, a posebna pažnja je posvećena ujednačivaču napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora. Pregledom literature istraživanje u ovom doktorskom radu usmjerilo se na dva znanstvena doprinosa.

Prvi znanstveni doprinos, definiranje pomoćnog parametara pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji uspostavlja funkcijski odnos između unutarnjih otpora sustava i strujno-naponskih prilika i gubitaka u svrhu jednostavnije analize tijekom dinamičkog opterećenja sustava ostvaren je u trećem i četvrtom poglavlju. Na osnovi Kirchhoffovog mrežnog modela baterije, superkondenzatora i tereta predstavljenog strujnim uvorom izvedeni su analitički izrazi kojima je opisano vladanje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora tijekom ustaljenog stanja i prijelazne pojave. ***Zahvaljujući uvedenim parametrima (k i K), olakšano je i dimenzioniranje komponenti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora za željeno vladanje HBSS-a u uvjetima dinamičkog opterećenja***.

Također, analizirana je energetska učinkovitost pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri različitim parametrima pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora i dinamičkog opterećenja u odnosu na napajanje realizirano samo sa baterijom. U tu svrhu uveden je ***novi skup jednadžbi*** za analizu energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora. Predloženi pristup omogućava bolje fizikalno razumijevanje utjecaja parametara baterije i superkondenzatora na poboljšanje energetsku učinkovitost u odnosu na napajanje samo sa baterijom. Također, novo uvedeni skup jednadžbi je pogodan za brzo određivanje ponašanja i energetske učinkovitosti hibridnog sustava baterije i superkondenzatora pri dinamičkim opterećenjem. ***Navedeno pridonosi napretku na polju dimenzioniranja komponenti hibridnog sustava baterije i superkondenzatora i optimizaciji***. Provedena analiza energetske učinkovitosti pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora rezultirala je ***pronalaskom optimalnog intervala parametara baterije i superkondenzatora pogodnih za dizajniranje pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora iz tehno-ekonomskog aspekta***.

Valjanost izvedenih analitičkih izraza predstavljenih u trećem poglavlju potvrđena je mjernim rezultatima prikazanim u sedmom poglavlju, gdje su na praktičnom primjeru jednostavnog pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji se sastoji od dvije u seriju spojene NiMH baterije i jednog superkondenzatora provedena su mjerenja napona na priključcima HBSS-a te struja baterije i superkondenzatora.

Drugi znanstveni doprinos, predstavljanje postupka ujednačavanja napona preklapanjem superkondenzatora kao Markovljev lanac u svrhu analize utjecaja parametara Kirchhoffovog modela sustava i frekvencije preklapanja na ujednačenost napona duž serijskog spoja superkondenzatora ostvaren je u šestom poglavlju. Predstavljanjem napona na superkondenzatorima u ujednačivaču napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora kao slučajne varijable omogućeno je predstavljanje procesa ujednačivanja napona kao Markovljevog lanaca. ***Predstavljen pristup zasnovan na primjeni Markovljevih lanaca pokazao se pogodnim za analizu rada ujednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora i za određivanje njegovih važnih parametara***.

SAŽETAK

U doktorskom radu detaljno je predstavljen pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora (HBSS). Pasivni hibridni sustav baterije i superkondenzatora predstavljen je Kirchhoffovim mrežnim modelom prvoga reda. Opterećenje je modelirano kao strujni uvor. Valni oblik struje opterećenja predstavljen je kao niz pravokutnih impulsa sa superponiranom konstantnom strujom. Na osnovi predstavljenog modela izvedeni su analitički izrazi koji točno opisuju ponašanje HBSSa tijekom prijelazne pojave i ustaljenog stanja. Definiran je pomoćni parametar pasivnog hibridnog sustava baterije i superkondenzatora koji uspostavlja funkcijski odnos između unutarnjih otpora sustava i strujno-naponskih prilika i gubitaka u svrhu jednostavnije analize tijekom dinamičkog opterećenja sustava. Također, uveden je novi skup analitičkih izraza za analizu energetske učinkovitosti pasivnog HBSS-a u odnosu na sustave napajanja realizirane samo sa baterijama. Pomoću uvedenih izraza analizirana je energetska učinkovitost pasivnog HBSS-a za različite parametre dinamičkog opterećenja. Analiza je pokazala da kada je dinamička komponenta struje opterećenja vrlo mali dio ukupne struje opterećenja, ili u slučaju sporo promjenjivih struja opterećenja, pasivni HBSS u odnosu na napajanje samo sa baterijom nema prednosti u smislu energetske učinkovitosti. Analiza je rezultirala s pronalaskom da postoji interval parametara baterije i superkondenzatora koji je optimalan za dimenzioniranje pasivnog HBSS-a s tehno-ekonomskog aspekta.

U doktorskom radu, postupak ujednačavanja napona zasnovan na preklapanju superkondenzatora predstavljen je po prvi put kao Markovljev lanac u svrhu analize utjecaja parametara Kirchhoffovog modela sustava i frekvencije preklapanja na stupanj ujednačenosti napona duž serijskog spoja superkondenzatora. Prikazan pristup zasnovan na primjeni Markovljevih lanaca pokazao se pogodnim za analizu rada izjednačivača napona zasnovanom na preklapanju superkondenzatora i za određivanje njegovih važnih parametara.

Ključne riječi: analitički, baterija, dinamički, energetska učinkovitost, hibridni sustavi baterija i superkondenzatora, Markovljevi lanci, preklapanje superkondenzatora, superkondenzator, ujednačavanje napona

ABSTRACT

In the doctoral thesis, a passive hybrid battery and supercapacitor system (HBSS) is presented in detail. The passive hybrid system of the battery and the supercapacitor is represented by the Kirchhoff circuit model of the first order. The load is modelled as a current sink. The waveform of the load current is represented as a series of rectangular pulses with a superimposed constant current. Based on the presented model, analytical expressions were derived that accurately describes the HBSS behaviour during transient and steady state. An auxiliary parameter of the passive hybrid system of the battery and supercapacitor is defined, which establishes a functional relationship between the internal resistances of the system and the current-voltage conditions and losses for the purpose of simpler analysis during the dynamic loading of the system. Also, a novel set of analytical expressions is introduced for the analysis of energy efficiency of the passive HBSS in relation to the stand-alone battery systems (SABS). Using the proposed expressions, energy efficiency of the passive HBSS was analyzed for different dynamic load parameters. The analysis showed that in cases where the dynamic component of the load current is a very small part of the total load current, or slowly varying load currents, the passive HBSS in relation to the SABS has no advantages in terms of energy efficiency. The analysis resulted in the finding that there is an interval of the battery and supercapacitor parameters which is optimal for the sizing of the passive HBSS from a techno-economic aspect.

In the doctoral thesis, the voltage equalization procedure based on supercapacitor switching was presented for the first time as a Markov chain. This was done in order to analyze the influence of Kirchhoff circuit model parameters and switching frequency on the degree of voltage uniformity along the series connection of the supercapacitor. The presented approach based on the application of Markov chains proved to be suitable for analyzing the operation of the voltage equalizer based on supercapacitor switching and for determining its important parameters.

Keywords: analytical, battery, dynamic, energy efficiency, hybrid battery supercapacitor systems, Markov chain, supercapacitor, supercapacitor switching, voltage equalisation

ŽIVOTOPIS

Dalibor Buljić rođen je 21. ožujka 1975. godine u Osijeku. Osnovnu školu završio u Čepinu. Nakon završene osnovne škole upisuje srednju strojarsku školu (EMŠC) u Osijeku koju završava i stječe zvanje strojarski tehničar. Potom upisuje stručni na Elektrotehničkom fakultetu Osijeku, te ga završava 1998. godine. Od 2002.godine zaposlen je kao viši laborant na Zavodu za elektrostrojarstvo pri Elektrotehničkom fakultetu u Osijeku. Upisuje se na sveučilišni dodiplomski studij kao izvanredni student te ga završava 2007. godine. Krajem iste godine prelazi na drugo stručno radno mjesto u stručno zvanje stručnog suradnika na Katedri za električne strojeve i energetsku elektroniku pri Zavodu za elektrostrojarstvo.

Godine 2013. zapošljava se na Elektrotehničkom fakultetu Osijek kao laborant te iste godine prelazi na mjesto stručnog suradnika. Trenutno je zaposlen kao viši stručni suradnik u Laboratoriju za Elektromagnetsku kompatibilnost na Zavodu za elektroenergetiku Fakulteta elektrotehnike računarstva i informacijski tehnologija Osijek. Znanstvenoistraživačka polja su spremišta električne energije i baterije.

Objavio je ukupno 7 znanstvena članka (rada) od kojih je 2 objavljeno u znanstvenim časopisima, 3 su indeksirana u WoSCC, te 3 znanstvenih radova objavljenih na međunarodnim znanstvenim skupovima. Sudjeluje na više domaćih projekata i održava nastavu iz pet kolegija na stručnom, preddiplomskim i diplomskim studijskim programima iz područja osnova elektrotehnike, materijala u elektrotehnici, mjerenja u elektrotehnici, recikliranja elektrotehničkih proizvoda i stručne prakse iz područja elektrotehnike i računarstva.

U Osijeku, 30. rujna 2024. _____

Dalibor Buljić

LITERATURA

[1] Reiner Korthauer, Lithium-Ion Batteries: Basics and Applications, Springer; 1st ed; 2018, ISBN-13: 978-3662530696

[2] The Nobel Prize in Chemistry 2019, url: https://www.nobelprize.org/prizes (accessed 08.09.2024)

[3] G. L. Plett, "Battery Management Systems, Volume II: Equivalent-Circuit Methods", Artech House. Artech House Publishers, 2nd edition, 2020.

[4] Peter Wellmann, Noboru Ohtani, Roland Rupp "Wide Bandgap Semiconductors for Power Electronics: Materials, Devices, Applications", Wiley-VCH; 2nd edition, 2022, ISBN-13: 978-352-7346-714

[5] B Jayant Baliga, "Silicon Carbide Power Devices", World Scientific Publishing Company, 2006, ISBN-13: 978-9812566058

[6] B Jayant Baliga, "Modern Silicon Carbide Power Devices", World Scientific Publishing Company, 2023, ISBN-13: 978-9811-284-274

[7] Yu, A., Chabot, V., & Zhang, J. (2017). Electrochemical Supercapacitors for Energy Storage and Delivery: Fundamentals and Applications. CRC Press, 1st edition, ISBN-13: 978-1-4398-6989-5

[8] Deshpande, R. (2015). Ultracapacitors. McGraw-Hill Education, ISBN-10: 93-83286-71-7

[9] N. Kumar, S.-B. Kim, S.-Y. Lee, and S.-J. Park, "Recent Advanced Supercapacitor: A Review of Storage Mechanisms, Electrode Materials, Modification, and Perspectives", Nanomaterials, vol. 12, no. 20, p. 3708, Oct. 2022, doi: 10.3390/nano12203708.

[10] A. Berrueta, A. Ursua, I. S. Martin, A. Eftekhari, and P. Sanchis, "Supercapacitors: Electrical Characteristics, Modeling, Applications, and Future Trends", IEEE Access, vol. 7, pp. 50869–50896, Jan. 2019, doi: 10.1109/access.2019.2908558.

[11] W. Zuo, R. Li, C. Zhou, Y. Li, J. Xia, and J. Liu, "Battery-Supercapacitor Hybrid Devices: Recent Progress and Future Prospects", Advanced Science, vol. 4, no. 7, Feb. 2017, doi: 10.1002/advs.201600539.

[12] J. Liu, Y. Wang, Y. Wu, Y. Li, and X. Wang, "Research and implementation of new-type supercapacitor and battery hybrid energy storage system", Journal of Power Electronics, vol. 20, no. 6, pp. 1395–1404, Aug. 2020, doi: 10.1007/s43236-020-00130-7.

[13] Z. Dong et al., "A Survey of Battery–Supercapacitor Hybrid Energy Storage Systems: Concept, Topology, Control and Application", Symmetry, vol. 14, no. 6, p. 1085, May 2022, doi: 10.3390/sym14061085.

[14] Buljić, D., Barić, T., Glavaš, H., (2024). "Analytical description of the dynamic behaviour of the passive battery supercapacitor hybrid system", Technical Gazette, Vol. 31, No. 4, 2024, doi: 10.17559/TV-20240204001311

[15] Dalibor Buljić, Tomislav Barić, Hrvoje Glavaš, "Energy Efficiency of the Passive Hybrid Battery Supercapacitor System: An Analytical Approach", International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems (IJECES) Vol. 15, No. 9, 2024, doi: 10.32985/ijeces.15.9.1

[16] Barić, T.; Glavaš, H.; Barukčić, M. (2019). Impact of balance resistor uncertainty on voltages across supercapacitors, Journal of Energy Storage. 22; pp. 131-136, ISSN 2352-152X, doi.org/10.1016/j.est.2019.02.005

[17] Linden, D., & Reddy, T. (2001). Handbook of Batteries. McGraw Hill Professional. 3rd edition, ISBN-10: 0-07-135978-8

[18] Plett, G. L. (2020). Battery Management Systems, Volume II: Equivalent-Circuit Methods. Artech House. 2nd edition, ISBN-13: 978-1-63081-027-6

[19] Beguin, F., Frackowiak, E. & Lu M. (2013). Supercapacitors: Materials, Systems, and Applications. Wiley-VCH, 1st edition, ISBN-13: 978-3-527-32883-3

[20] Yu, A., Chabot, V., & Zhang, J. (2017). Electrochemical Supercapacitors for Energy Storage and Delivery: Fundamentals and Applications. CRC Press, 1st edition, ISBN-13: 978-1-4398-6989-5

[21] Miller, J. M. (2011). Ultracapacitor Applications. IET, ISBN-13: 978-1-84919-071-8

[22] Conway, B. E. (2013). Electrochemical Supercapacitors: Scientific Fundamentals and Technological Applications. Springer Science & Business Media, ISBN-13: 978-1-4757-3060-9

[23] Deshpande, R. (2015). Ultracapacitors. McGraw-Hill Education, ISBN-10: 93-83286-71-7

[24] Kötz, R., & Carlen, M. (2000). Principles and applications of electrochemical capacitors. Electrochimica Acta, 45(15–16), 2483–2498. https://doi.org/10.1016/s0013-4686 (00) 00354-6

[25] Şahin, M., Blaabjerg, F., & Sangwongwanich, A. (2022). "A comprehensive review on supercapacitor applications and developments", Energies, 15, no.3: 674. https://doi.org/10.3390/en15030674

[26] Kuperman, A., & Aharon, I. (2011). Battery–ultracapacitor hybrids for pulsed current loads: A review. Renewable & Sustainable Energy Reviews, 15(2), 981–992. https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.11.010

[27] Ma, T., Yang, H., & Lu, L. (2015). Development of hybrid battery–supercapacitor energy storage for remote area renewable energy systems. Applied Energy, 153, 56–62. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.12.008

[28] Seim, L. H. (2012). Modeling, control and experimental testing of a supercapacitor/battery hybrid system: passive and semi-active topologies. In 147. http://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/188829

[29] Wang, E., Yang, F., & Ouyang, M. (2017). A hybrid energy storage system for a coaxial power-split hybrid powertrain. In InTech eBooks. https://doi.org/10.5772/67756

[30] Mi, C., Masrur, M. A., & Gao, D. W. (2011). Hybrid electric vehicles: Principles and Applications with Practical Perspectives. Wiley, 1st edition, ISBN: 978-0-470-74773-5

[31] Cabrane, Z., Ouassaid, M., & Maâroufi, M. (2016). Analysis and evaluation of battery-supercapacitor hybrid energy storage system for photovoltaic installation. International Journal of Hydrogen Energy, 41(45), 20897–20907. https://doi.org/10.1016/ j.ijhydene.2016.06.141

[32] Dong, Z., Zhang, Z., Li, Z., Li, X., Qin, J., Liang, C., Han, M., Yin, Y., Bai, J., Wang, C., & Wang, R. (2022). A survey of Battery-Supercapacitor Hybrid Energy Storage Systems: Concept, Topology, control and Application. Symmetry, 14(6), 1085. https://doi.org/ 10.3390/sym14061085

[33] Jing, W., Lai, C. H., Wong, S. H. W., & Wong, M. L. D. (2017). Battery-supercapacitor hybrid energy storage system in standalone DC microgrids: a review. IET Renewable Power Generation, 11(4), 461–469. https://doi.org/10.1049/iet-rpg.2016.0500

[34] Jayasawal, K., Karna, A. K., & Thapa, K. B. (2021). Topologies for interfacing supercapacitor and battery in hybrid electric vehicle applications: An overview. 2021 International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SEFET). https://doi.org/10.1109/sefet48154.2021.9375802

[35] M. T. Penella and M. Gasulla, "Runtime Extension of Low-Power Wireless Sensor Nodes Using Hybrid-Storage Units", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 59, No. 4, 2010, pp. 857–865.

[36] V. Bolborici, F. P. Dawson, and K. K. Lian, "Sizing considerations for ultracapacitors in hybrid energy storage systems", Proceedings of the 2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Phoenix, AZ, USA, 2011, pp. 2900-2907.

[37] N. H. Liu, N. Z. Wang, N. J. Cheng, and D. Maly, "Improvement on the Cold Cranking Capacity of Commercial Vehicle by Using Supercapacitor and Lead-Acid Battery Hybrid", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 58, No. 3, 2009, pp. 1097–1105.

[38] I. Lahbib, A. Lahyani, A. Sari, and P. Venet, "Performance analysis of a lead-acid battery/supercapacitors hybrid and a battery stand-alone under pulsed loads", Proceedings of the 2014 First International Conference on Green Energy ICGE 2014, Sfax, Tunisia, 2014, pp. 273-278.

[39] G. Gu, Y. Lao, Y. Ji, S. Yuan, H. Liu, and P. Du, “Development of hybrid super-capacitor and lead-acid battery power storage systems", International Journal of Low Carbon Technologies, Vol. 18, 2023, pp. 159–166.

[40] R. A. Dougal, S. Liu, and R. E. White, "Power and life extension of battery-ultracapacitor hybrids", IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, Vol. 25, No. 1, 2002, pp. 120–131.

[41] C. T. Tshiani and P. Umenne, "The Impact of the Electric Double-Layer Capacitor (EDLC) in Reducing Stress and Improving Battery Lifespan in a Hybrid Energy Storage System (HESS) System", Energies, Vol. 15, No. 22, 2022.

[42] D. Shin, M. Poncino and E. Macii, "Thermal management of batteries using a hybrid supercapacitor architecture", Proceedings of the 2014 Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE), Dresden, Germany, 2014, pp. 1-6.

[43] S. Pay and Y. Baghzouz, "Effectiveness of battery-supercapacitor combination in electric vehicles", 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings, Bologna, Italy, 2003, Vol. 3, p. 6.

[44] W. Jing, C. H. Lai, W. S. H. Wong, and M. L. D. Wong, "A comprehensive study of battery-supercapacitor hybrid energy storage system for standalone PV power system in rural electrification",

[45] Naderi, E., K. C., B., Ansari, M., & Asrari, A. (2021, September). Experimental Validation of a Hybrid Storage Framework to Cope with Fluctuating Power of Hybrid Renewable Energy-Based Systems. IEEE Transactions on Energy Conversion, 36(3), 1991–2001. https://doi.org/ 10.1109/tec.2021.3058550

[46] Stienecker, A. W., Stuart, T., & Ashtiani, C. (2006, June). An ultracapacitor circuit for reducing sulfation in lead acid batteries for mild hybrid electric vehicles. Journal of Power Sources, 156(2), 755–762. https://doi.org/ 10.1016/j.jpowsour.2005.06.014

[47] Shenkman, A. L. (2006). Transient Analysis of Electric Power Circuits Handbook. Springer Science & Business Media, ISBN-13: 978-0-387-28797-3

[48] Harris, J. W., Stöcker, H.: Handbook of Mathematics and Computational Science. 8th edn Springer, 1998

[49] Chuan, Y., Mi, C., & Zhang, M. (2012, March 30). Comparative Study of a Passive Hybrid Energy Storage System Using Lithium Ion Battery and Ultracapacitor. World Electric Vehicle Journal, 5(1), 83–90. https://doi.org/10.3390/wevj5010083

[50] Cericola, D., & Kötz, R. (2012, June). Hybridization of rechargeable batteries and electrochemical capacitors: Principles and limits. Electrochimica Acta, 72, 1–17. https://doi.org/10.1016/j.electacta.2012.03.151

[51] Stienecker, A. W., Stuart, T., & Ashtiani, C. (2006, June). An ultracapacitor circuit for reducing sulfation in lead acid batteries for Mild Hybrid Electric Vehicles. Journal of Power Sources, 156(2), 755–762. https://doi.org/ 10.1016/j.jpowsour.2005.06.014

[52] Turner, G. A. (2000). US6836097B2 - Power supply for a pulsed load - Google Patents. https://patents.google.com/ patent/ US6836097B2/en

[53] A. Djouahi, B. Negrou, Y. Touggui, and M. M. Samy, "Optimal sizing and thermal control in a fuel cell hybrid electric vehicle via FC-HEV application", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 45, No. 10, Sep. 2023.

[54] A. Djouahi, B. Negrou, B. Rouabah, A. Mahboub, and M. M. Samy, "Optimal Sizing of Battery and Super-Capacitor Based on the MOPSO Technique via a New FC-HEV Application" Energies, Vol. 16, No. 9, p. 3902, May 2023.

[55] A. F. Guven, A. Y. Abdelaziz, M. M. Samy, and S. Barakat, “Optimizing energy Dynamics: A comprehensive analysis of hybrid energy storage systems integrating battery banks and supercapacitors”, Energy Conversion and Management, vol. 312, p. 118560, Jul. 2024

[56] A. W. Stienecker, T. Stuart and C. Ashtiani, "A combined ultracapacitor-lead acid battery storage system for mild hybrid electric vehicles," 2005 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Chicago, IL, USA, 2005, pp. 6 pp.-, doi: 10.1109/VPPC.2005.1554582.

[57] M. Ortuzar, J. Moreno and J. Dixon, "Ultracapacitor-Based Auxiliary Energy System for an Electric Vehicle: Implementation and Evaluation," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 4, pp. 2147-2156, Aug. 2007, doi: 10.1109/TIE.2007.894713.

[58] Ali Castaings, Walter Lhomme, Rochdi Trigui, Alain Bouscayrol, "Practical control schemes of a battery/supercapacitor system for electric vehicle", IET Electrical Systems in Transportation, Volume: 6, Issue: 1,3, pp. 20-26, 2016. doi:10.1049/iet-est.2015.0011

[59] Anne-Laure Allègre, Alain Bouscayrol, Rochdi Trigui "Flexible real-time control of a hybrid energy storage system for electric vehicles", IET Electrical Systems in Transportation, Volume: 3, Issue: 3, pp. 79–85, 2013.

[60] Asmae El Mejdoubi, Amrane Oukaour, Hicham Chaoui, Youssef Slamani, Jalal Sabor, Hamid Gualous "Online supercapacitor diagnosis for electric vehicle applications", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Volume: 65, Issue: 6, pp. 4241 - 4252, 2016.

[61] F. M. Ibanez, "Analyzing the Need for a Balancing System in Supercapacitor Energy Storage Systems," in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 33, no. 3, pp. 2162-2171, March 2018, doi: 10.1109/TPEL.2017.2697406.

[62] K. Maneesut and U. Supatti, "Reviews of supercapacitor cell voltage equalizer topologies for EVs," 2017 14th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), Phuket, Thailand, 2017, pp. 608-611, doi: 10.1109/ECTICon.2017.8096311.

[63] Prashant Singh B.T., Babu Bobba Phaneendra and K. Suresh, "Extensive review on Supercapacitor cell voltage balancing", E3S Web Conferences, Volume 87, 2019, doi.org/10.1051/e3sconf/20198701010

[64] Ashraf, Adnan, Basit Ali, Mothanna S. A. Alsunjury, Hakime Goren, Halise Kilicoglu, Faysal Hardan, and Pietro Tricoli. 2024. "Review of Cell-Balancing Schemes for Electric Vehicle Battery Management Systems" Energies 17, no. 6: 1271. https://doi.org/10.3390/en17061271

[65] M.-Y. Kim, J. -H. Kim, J. -B. Lee, J. -W. Kim and G. -W. Moon, "A new cell-to-cell balancing circuit with a center-cell concentration structure for series-connected batteries," 2013 IEEE ECCE Asia Downunder, Melbourne, VIC, Australia, 2013, pp. 506-512, doi: 10.1109/ECCE-Asia.2013.6579144.

[66] B. Jiang, Y. Liu, X. Huang and R. R. R. Prakash, "A New Battery Active Balancing Method with Supercapacitor Considering Regeneration Process," IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Singapore, 2020, pp. 2364-2369, doi: 10.1109/IECON43393.2020.9254839.

[67] A. A. Ghotekar and B. E. Kushare, "Review Paper on Recent Active Voltage Balancing Methods for Supercapacitor Energy Storage System," 2019 5th International Conference On Computing, Communication, Control And Automation (ICCUBEA), Pune, India, 2019, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICCUBEA47591.2019.9128470.

[68] C. Ionescu, A. Drumea, A. Vasile and N. Codreanu, "Investigations on Active Balancing Circuits for Supercapacitor Banks," 2018 41st International Spring Seminar on Electronics Technology (ISSE), Zlatibor, Serbia, 2018, pp. 1-5, doi: 10.1109/ISSE.2018.8443679.

[69] Y. Qu, J. Zhu, J. Hu and B. Holliday, "Overview of supercapacitor cell voltage balancing methods for an electric vehicle," 2013 IEEE ECCE Asia Downunder, Melbourne, VIC, Australia, 2013, pp. 810-814, doi: 10.1109/ECCE-Asia.2013.6579196.

[70] X. Wang, K. W. E. Cheng and Y. C. Fong, "Series-Parallel Switched-Capacitor Balancing Circuit for Hybrid Source Package," in IEEE Access, vol. 6, pp. 34254-34261, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2849864.

[71] Z. Pan, L. Liu, Y. Du, Y. Shi and X. Yang, "Low-Loss Switched Capacitor Voltage Balancing Circuit and Its Design Considerations," 2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), Baltimore, MD, USA, 2019, pp. 882-888, doi: 10.1109/ECCE.2019.8912197.

[72] Y. Ye and K. W. E. Cheng, "Modeling and Analysis of Series–Parallel Switched-Capacitor Voltage Equalizer for Battery/Supercapacitor Strings," in IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, vol. 3, no. 4, pp. 977-983, Dec. 2015, doi: 10.1109/JESTPE.2015.2418339.

[73] R. Fukui and H. Koizumi, "Double-tiered switched capacitor battery charge equalizer with chain structure," IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Vienna, Austria, 2013, pp. 6715-6720, doi: 10.1109/IECON.2013.6700244.

[74] A. C. Baughman and M. Ferdowsi, "Double-Tiered Switched-Capacitor Battery Charge Equalization Technique," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 55, no. 6, pp. 2277-2285, June 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.918401.

[75] C. Pascual and P. T. Krein, "Switched capacitor system for automatic series battery equalization," Proceedings of APEC 97 - Applied Power Electronics Conference, Atlanta, GA, USA, 1997, pp. 848-854 vol.2, doi: 10.1109/APEC.1997.575744

[76] S. Lambert, V. Pickert, J. Holden, Wuhua Li and Xiangning He, "Overview of supercapacitor voltage equalisation circuits for an electric vehicle charging application," 2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Lille, France, 2010, pp. 1-7, doi: 10.1109/VPPC.2010.5729226.

[77] Y. Ye and K. W. E. Cheng, "Modeling and Analysis of Series–Parallel Switched-Capacitor Voltage Equalizer for Battery/Supercapacitor Strings," in IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, vol. 3, no. 4, pp. 977-983, Dec. 2015, doi: 10.1109/JESTPE.2015.2418339.

[78] Markovljev lanac, Hrvatska enciklopedija, dostupna na https://www.enciklopedija.hr/clanak/markovljev-lanac, (accessed 02.09.2024)

[79] Randal Douc, Eric Moulines, Pierre Priouret, Philippe Soulier, "Markov Chains", Springer; 1st ed. 2018, ISBN 978-3-319-97703-4

[80] Paul A. Gagniuc, "Markov Chains From Theory to Implementation and Experimentation", Wiley; 1st edition, 2017, ISBN-13: 978-1119387558

[81] Carl Graham, "Markov Chains Analytic and Monte Carlo Computations", Wiley, 1st edition, 2014, ISBN 978-1-118-51707-9

[82] Markovljev lanac, (engl. Markov chain), Encyclopedia Britanica, https://www.britannica.com/science/stochastic-process, (accessed 02.09.2024)

[83] Faming Liang, Chuanhai Liu, Raymond J. Carroll, "Advanced Markov Chain Monte Carlo Methods: Learning from Past Samples", Wiley; 1st edition, 2010, ISBN-13: 978-0-470-74826-8

[84] Wilfrid S Kendall, Faming Liang, Jian-Sheng Wang, "Markov Chain Monte Carlo: Innovations and Applications", Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, World Scientific Publishing Company, 2005, ISBN-10: 981-256-427-6

[85] William J. Stewart, "Probability, Markov Chains, Queues, and Simulation The Mathematical Basis of Performance Modeling", Princeton University Press; Illustrated edition, 2009, ISBN-13: 978-0-691-14062-9

[86] Pierre Brémaud, „Markov Chains,, Gibbs Fields, Monte Carlo Simulations and Queues“ Springer, 1999, ISBN: 0-387-98509-3

[87] Anders Tolver, "AN INTRODUCTION TO MARKOV CHAINS", Department of Mathematical Sciences University of Copenhagen, ISBN: 978-87-7078-952-3

[88] Nicolas Privault, "Understanding Markov Chains, Examples and Applications" Springer, Second Edition, 2018, ISBN-13: 978-981-13-0658-7

[89] Bojan Šekoranja, "Markovljevi lanci", Podloge za vježbe iz kolegija Umjetna inteligencija, nastavni materijal, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2024, available at: https://titan.fsb.hr/~bosekora/nastava/ui/UI_podloge.pdf (accessed 27.09.2024.)

[90] Mathcad, available at: https://www.mathcad.com (accessed 27.09.2024.)

[91] Wolfram Mathematica, available at: https://www.wolfram.com (accessed 27.09.2024.)

[92] Matlab, available at: https://www.mathworks.com (accessed 27.09.2024.)

[93] Linear Technology, LT1492/LT1493, 1A Voltage-Controlled Current Sink, data sheet available at: https://www.analog.com/media/en/technical-documentation (accessed: 20.9.2024.)

[94] Texas Instruments, Precision Current Sink, circuits available at: https://e2e.ti.com/support/amplifiers-group/amplifiers/f/amplifiers-forum/ 156111/ understanding-this-precision-current-sink (accessed: 20.9.2024.)

[95] Texas Instruments TL431, Precision Programmable Reference, datasheet available at: https://www.ti.com (accessed: 16.9.2024.)

[96] Texas Instruments LM358, Dual, 30-V, 700-kHz operational amplifier, datasheet available at: https://www.ti.com/product/LM358 (accessed: 16.9.2024.)

[97] International Rectifier, IRF1324 Power MOSFET, datasheet available at: https://www.infineon.com/ (accessed: 16.9.2024.)

[98] High power resistor 50 mΩ, Radial lead TO 220, 35 W, datasheet available at: https://www.conrad.com/ (accessed: 20.1.2024.)

[99] RIGOL MSO5000 Series Oscilloscopes, Data Sheet available at: https://www.rigolna.com/ (accessed: 16.9.2024.)

[100] Panasonic rechargeable NiMH Battery, "Eneloop" trademark , AA, AAA size, data sheet available at: https://www.panasonic.com/ (accessed: 16.09.2024.)

[101] SAMXON SUPERCAP, electric double layer capacitors, type 50 F 2.7 V, Man Yue Technology Holdings Limited, data sheet available at: https://www.samxon.com/ (accessed: 16.9.2024.)

[102] SAMWHA Electric, Supercapacitors, data sheets available at: http://www.samwha.com/ (accessed: 27.9.2024.)

[103] Maxwell Technologies, Ultracapacitors, data sheets available at: https://maxwell.com/products/ultracapacitors/ (accessed: 27.9.2024.)

[104] Wima double-layer capacitors (Supercapacitors), data sheets available at: https://www.wima.de/en/ (accessed: 27.9.2024.)

[105] Panasonic industry, Electric Double Layer Capacitors (Gold Capacitor), data sheets available at: https://industrial.panasonic.com/ww/products/capacitors/edlc (accessed: 27.9.2024.)

POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I SIMBOLA

OZNAKA/SIMBOL	ZNAČENJE
A_i , A_j	Konstante integracije
$\alpha = T_p / \tau$	Omjer trajanja pravokutnog pulsa i vremenske konstante
B_i . B_j	Konstante integracije
$\beta = T_p / T$	Omjer trajanja pravokutnog pulsa i periode tzv. radni ciklus (engl. *duty cycle*)
C	Kapacitet superkondenzatora
$\overline{C}$	Srednja vrijednosti kapaciteta svih superkondenzatora u izjednačivaču napona
C_{eqv}	Ekvivalentni kapacitet superkondenzatora
DC	Engl. *Directional Current*
DSO	Engl. *Digital storage oscilloscope*
Δu , ΔU	Devijacija napona u odnosu na srednju vrijednost napona
ΔU_i	Trenutni pad napona
ΔU_t	Pad napona tijekom trajanja tranzijenta
ΔU_p	Pad napona na bateriji koji bi se pojavio uslijed struje I_p kada ne bi bilo prisutan superkondenzatora
$\Delta U_{max}^{(k)}$	Maksimalna relativna devijacija napona u k-tom koraku u odnosu na najveću (maksimalnu) devijaciju napona koja je vladala u nultom koraku
E_{eqv}	Ekvivalentna elektromotorna sila
E	Elektromotorna sila
$E = E(\mathrm{SOC})$	Elektromotorna sila u funkciji stanja napunjenosti
$E_B(0,T)$	Gubici u bateriji tijekom jedne periode
$E_{SC}(0,T)$	Gubici u superkondenzatoru tijekom jedne periode
$E_{HBSS}(0,T)$	Gubici u hibridnom sustavu baterije i superkondenzatora tijekom jedne periode valnog oblika struje tereta
$E_{SABS}(0,T)$	Gubici u bateriji tijekom jedne periode valnog oblika struje tereta kada je baterija samostalni sustav kojime se vrši napajanje tereta
$\varepsilon = I_p / I_0$	Omjer vršne vrijednosti pravokutnog pulsa tereta i konstantne komponente struje tereta
f_s	Frekvencija sklopnih radnji
HBSS	Engl. *Hybrid battery-supercapacitor energy storage system*
HESS	Engl. *Hybrid energy storage system*
I_0	Konstantna struja tereta
I_p	Vršna vrijednost struje tereta
i_L	Struja tereta
i_C	Struja superkondenzatora
i_B	Struja baterije
i_{eq}	Struja izjednačavanja, indeks eq dolazi od engl. riječi *equilibrium*

OZNAKA/SIMBOL	ZNAČENJE
$k = R_B / R_C$	Parametar
k	Korak
$K = K(k) = k/(1+k)$	Parametar
P	Matrica prijelaznih vjerojatnosti
$R_{B,\,eqv}$	Ekvivalentni otpor baterija
R_B	Otpor baterije
$R_{DS,\,ON}$	Otpor kanala potpuno vodljivog MOSFET-a
R_L	Otpor tereta
R_0	Ekvivalentni serijski otpor superkondenzatora
R_m	Mjerni otpor
R_s	Otpor u lancu povratne veze strujnog uvora (engl. *sense*)
R_s	Ekvivalentni otpor jednog para dvosmjernih poluvodičkih sklopki
$\bar{R}_0$	Srednja vrijednosti otpora superkondenzatora u izjednačivaču napona
S	Distribucija (razdioba) stanja
SABS	Engl. *stand-alone battery systems*
SC	Superkondenzator
SCs	Engl. S*upercapacitors*
SOC	Stanje napunjenosti, engl. *State of Charge*
T	Perioda
t	Vrijeme
T_p	Trajanje pulsa
T_s	Sklopno vrijeme
τ	Vremenska konstanta
$\bar{U}$	Srednja vrijednost napona svih superkondenzatora
u_C	Napon na kapacitetu
UCs	Engl. *Ultracapacitors*
u_T	Napon na terminalima (priključcima) baterije i superkondenzatora
U_0	Napon u ustaljenom stanju pri konstantnoj struji tereta
U_{SC}^{0}	Vektor distribucije napona na superkondenzatorima u nultom koraku
$U_{SC}^{(k)}$	Vektor distribucije napona na superkondenzatorima u k-tom koraku
ZD	Zenner dioda